



Übungsblatt 01  
Besprechung: 04. Mai 2011 <sup>1 2 3 4 5 6</sup>

Aufgabe 1: Planck-Größen

7 (2,2,3) Punkte

Die sog. Planck-Größen oder -Einheiten spielen in der theoretischen Physik besonders hinsichtlich der Stringtheorie eine Rolle. Sie basieren auf den fundamentalen Konstanten

$$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}, \quad c = 3.0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

mit  $\hbar$  dem Planckschen Wirkungsquantum,  $c$  der Lichtgeschwindigkeit und  $G$  der Gravitationskonstanten.

- Berechnen Sie durch möglichst einfache Kombinationen der gegebenen Naturkonstanten die Planckmasse  $m_P$ , die Plancklänge  $l_P$  und die Planckzeit  $t_P$ .
- Da vermutet wird, dass sich auf Skala der Planckgrößen die vier bekannten Wechselwirkungen (welche sind diese?) vereinigen, d.h. vergleichbare Stärke annehmen, wurde die elektrische Planckladung  $q_P$  (in Coulomb) so gewählt, dass sich zwei Teilchen der Planckmasse  $m_P$  und der Planckladung  $q_P$  weder anziehen noch abstoßen. Wie groß ist die Planckladung  $q_P$  ?
- Betrachtet man die Heisenbergsche Unschärferelation  $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ , so wird einem Teilchen dessen Ort man bis auf  $\Delta x$  kennt, ein Mindestimpuls  $p_{\min}$  zugeordnet. Über die Beziehung  $Mc^2 = E = p_{\min} \cdot c$  erhält man desweiteren eine Mindestmasse  $M$ . Bestimmen Sie die Mindestmasse (in Einheiten von  $m_P$ ), wenn das Teilchen bis auf  $\Delta x = l_P$  lokalisiert ist.

Befindet sich innerhalb des sog. Schwarzschildradius  $r_S = \frac{2Gm}{c^2}$  die Masse  $m$ , so kann gemäß der Allgemeinen Relativitätstheorie kein Licht und somit keine Information dieses Volumen verlassen und das System wird zum Schwarzen Loch. Vergleichen Sie den zur oben bestimmten Mindestmasse  $M$  zugeordneten Schwarzschildradius mit der Plancklänge.

---

<sup>1</sup>Andreas Kölle (3.112, 0711/68564887) Übung: 2.120 E-Mail: a.koelle@physik.uni-stuttgart.de

<sup>2</sup>Bernhard Huber (3.110, 0711/68565195) Übung: 2.120a E-Mail: b.huber@physik.uni-stuttgart.de

<sup>3</sup>Alexander Krupp (4.113, 0711/68564890) Übung: 2.150 E-Mail: a.krupp@physik.uni-stuttgart.de

<sup>4</sup>David Peter (4.108, 0711/68564953) Übung: 2.346 E-Mail: d.peter@physik.uni-stuttgart.de

<sup>5</sup>Holger Kadau (4.108, 0711/68564953) Übung: 2.561 E-Mail: h.kadau@physik.uni-stuttgart.de

<sup>6</sup>Georg Epple (3.112, 0711/68564887) Übung: 2.558 E-Mail: g.epple@physik.uni-stuttgart.de

Kann man nach dieser Argumentation ein System prinzipiell bis auf beliebig kleine Längenskalen untersuchen, wenn man davon ausgeht, dass beliebige Beschleunigerenergien zur Verfügung stehen?

## Aufgabe 2: Landau Theorie des Phasenübergangs

9 (6,2,1) Punkte

Eine Möglichkeit einen Phasenübergang theoretisch zu beschreiben ist durch die Landau Theorie gegeben. Hierbei wird die Freie Energie des Systems in Abhängigkeit von einem Ordnungsparameter (hier:  $x$ ) dargestellt und auf Minima untersucht, da ein System den Zustand geringster Freier Energie annimmt. Im einfachsten Fall lässt sich die Freie Energie für Phasenübergänge 1. und 2. Ordnung wie folgt darstellen:

Phasenübergang 1. Ordnung:  $F_1(x) = ax^2 - bx^4 + cx^6$ , mit  $b(= \text{const.}) > 0$  und  $c(= \text{const.}) > 0$

Phasenübergang 2. Ordnung:  $F_2(x) = dx^2 + ex^4$ , mit  $e(= \text{const.}) > 0$

$a$  und  $d$  sind hierbei die Parameter, die den Einfluss einer äußeren Größe wie z.B. der Temperatur berücksichtigen.

- a) Untersuchen Sie, wie es durch die Änderung von  $a$  bzw.  $d$  zu einem Phasenübergang kommen kann (Phasenübergang ist durch ein globales Minimum für  $x \neq 0$  zu erkennen). Plotten Sie hierzu die Freie Energie  $F_1(x)$  bzw.  $F_2(x)$  und untersuchen Sie, wie sich eine Änderung des Parameters  $a$  bzw.  $d$  auf den Kurvenverlauf auswirkt. Diskutieren Sie zusätzlich die Begriffe Koexistenz, Metastabilität und Symmetriebrechung.

*Hinweis:*

Wählen Sie zum Plotten zu Beginn Zahlenwerte für alle Parameter und variieren Sie anschließend den Zahlenwert von  $a$  bzw.  $d$ . Um sich die Wahl der Zahlenwerte zu vereinfachen lassen sich auch die Freien Energien analytisch auf Extremalstellen untersuchen.

- b) Nennen Sie Beispiele für Phasenübergänge und die dazugehörigen Ordnungsparameter.
- c) Der Übergang eines Ferromagneten zu einem Paramagneten beim Erhöhen der Temperatur über die Curie-Temperatur  $T_C$  stellt einen Phasenübergang zweiter Ordnung dar. Geben Sie einen möglichen Ausdruck  $d = d(T)$  an, der einen solchen Phasenübergang ermöglicht.

## Aufgabe 3: Erhaltungsgrößen in der klassischen Mechanik

4 Punkte

Zeigen Sie, dass für eine Hamilton-Funktion, welche invariant gegenüber einer zeitlichen Translation ist, die Gesamtenergie des Systems erhalten ist.

Betrachten Sie hierzu die Änderung der Hamiltonfunktion  $\delta H(q(t), p(t), t)$  für eine infinitesimale zeitliche Translation  $\delta t$ .