

Universität Stuttgart

# Eigenschaften eines digitalen, vielseitigen und erweiterbaren Systems zur Laserschwingungstabilisierung

Bachelorarbeit von  
Moritz Seltenreich

Prüfer: Prof. Dr. Tilman Pfau

Vorgelegt am  
5. Physikalischen Institut  
Universität Stuttgart  
Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart

15. Juli 2021



## **Eigenständigkeitserklärung:**

Hiermit erkläre ich,

- dass ich diese Bachelorarbeit selbstständig verfasst habe,
- dass ich keine anderen als die angegebenen Quellen verwendet und alle wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken übernommenen Aussagen als solche gekennzeichnet habe,
- dass die eingereichte Arbeit weder vollständig noch in wesentlichen Teilen Gegenstand eines anderen Prüfungsverfahrens gewesen ist,
- dass ich die Arbeit weder vollständig noch in Teilen bereits veröffentlicht habe, es sei denn der Prüfungsausschuss hat die Veröffentlichung vorher genehmigt und
- dass der Inhalt des elektronischen Exemplars mit dem Druckexemplar übereinstimmt.

Stuttgart,  
Moritz Seltenreich



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>1 Grundlagen</b>	<b>5</b>
1.1 Fabry-Pérot-Resonator . . . . .	5
1.2 Der External-Cavity-Diodenlaser . . . . .	7
1.3 Laserstabilisierung . . . . .	9
1.3.1 PID Regler . . . . .	9
1.3.2 Problemstellung der Laserstabilisierung . . . . .	11
1.3.3 Side-of-fringe Methode . . . . .	11
1.3.4 Pound-Drever-Hall-Methode . . . . .	12
1.3.5 Luftdruckabhängigkeit eines Cavity-Locks . . . . .	14
1.4 Laser-Frequenzspektrum . . . . .	16
1.4.1 Lorentzförmiges Spektrum . . . . .	18
1.4.2 Gaußförmiges Spektrum . . . . .	18
1.4.3 Voigt-förmiges Spektrum . . . . .	19
1.5 Messung der Linienbreite . . . . .	19
1.5.1 Selbstheterodyne Messung . . . . .	19
1.5.2 Beat-Note Messung . . . . .	22
<b>2 Experimenteller Aufbau</b>	<b>22</b>
2.1 Aufbau der selbstheterodyn Messung . . . . .	22
2.2 Transfer-Cavity . . . . .	24
<b>3 Messung und Auswertung</b>	<b>27</b>
3.1 Vermessung des Masterlasers . . . . .	27
3.1.1 Finesse der ULE-Cavity . . . . .	33
3.2 Vermessung des Rydberglasers (1018 nm) . . . . .	33
3.3 Luftdruckabhängigkeit eines Transfer-Cavity-Locks . . . . .	39
<b>4 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>41</b>
<b>5 Literaturverzeichnis</b>	<b>42</b>
<b>6 Danksagung</b>	<b>44</b>

# Einleitung

Durch hohe technische und finanzielle Investitionen in den vergangenen Jahren konnte 2019 erstmalig die Überlegenheit eines Quantencomputers gegenüber konventioneller Rechentechnik nachgewiesen werden [1]. Ein dazu komplementärer Ansatz zur Realisierung eines universellen Quantencomputers basiert auf Interferenz zwischen definierten photonischen Zuständen mittels linearer Optik [2]. Ein wichtiger Baustein dafür ist eine parametrische Einzelphotonenquelle, welche einzelne Photonen beispielsweise auf Basis eines elektrischen Triggersignals bereitstellt.

Die bisherigen Ansätze zur Realisierung einer solchen Einzelphotonenquelle basieren häufig auf Anregungen in Festkörpern, was einer Kühlung auf sehr tiefe Temperaturen bedarf, um Effekte wie Phononen-Wechselwirkung zu unterdrücken. Dadurch sind die Aufbauten jedoch schlecht skalierbar. Ein weiterer vielversprechender Ansatz, welcher am 5. Physikalischen Institut verfolgt wird, ist die Ausnutzung des Effekts der Rydbergblockade [7]. Rydbergatome [8] sind Atome in einem sehr hohen Anregungszustand. Klassisch betrachtet befindet sich das äußerste Elektron weit entfernt vom Atomkern, was zu starken Wechselwirkungen mit der Umgebung führt. In der unmittelbaren Umgebung eines Rydbergatoms kann dann in einem gewissen Radius keine weitere Rydberganregung mehr stattfinden. Dieser Effekt ist die so genannte Rydbergblockade.

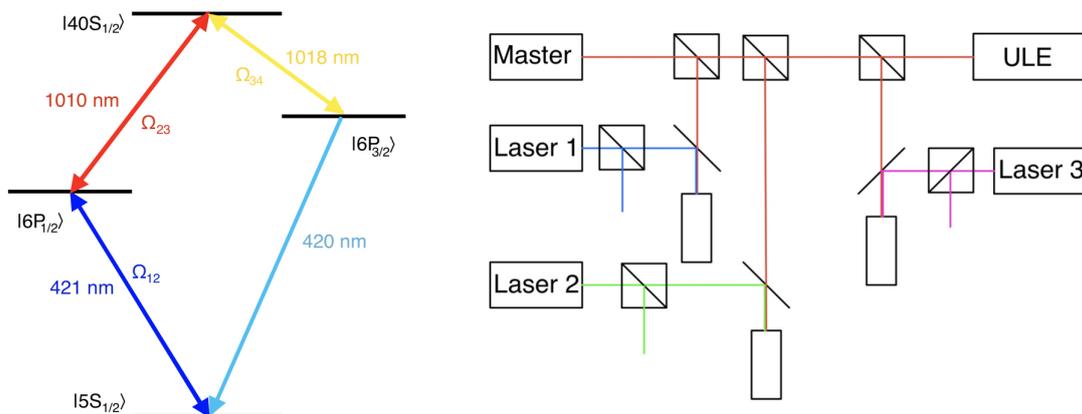


Abbildung 1: Energieniveaus des Four-Wave-Mixing Schemas für Rubidium mit den verwendeten Wellenlängen links [4] und Schema des Lasersystems rechts. Die offenen Strahlengänge führen jeweils zum Experiment.

Die Machbarkeit dieses Ansatzes wurde in der Arbeit von F. Ripka [3] unter der Verwendung eines Four-Wave-Mixing Schemas nachgewiesen. Durch die Verwendung einer keilförmigen Gaszelle, gefüllt mit Rubidiumdampf, wird eine Umgebung geschaffen, die so klein ist, dass nur ein einziger Rydbergzustand angeregt wird. Somit kann eine Einzelphotonenquelle bei Raumtemperatur realisiert werden. Allerdings besitzt das gezeigte Konzept eine Reihe von Nachteilen, wie eine geringe Wiederholrate von 50 Hz und prozentual geringe Photonenausbeute von ca. 4%, die durch ein neues Anregungsschema verbessert werden sollen. Zur Verbesserung dieser Photonenquelle wird in einem aktuellen Experiment ein Four-Wave-Mixing Schema für Rubidium, wie in Abbildung 1 zu sehen, verwendet. Dabei wird der Rydberg-

zustand  $40S_{1/2}$  mit ns-Laserpulsen bei 421 nm und 1010 nm unter Verwendung des  $6P_{1/2}$  Zustands als Zwischenniveau angeregt [4]. Über die Abregung des Rydbergzustands mit einem 1018 nm Laser entstehen so Photonen der Wellenlänge 420 nm, die bei erfolgreicher Rydbergblockade antigebruncht sind. Dadurch wird eine Wiederholrate von mehr als 100 kHz möglich und eine erheblich höhere Photonenausbeute angestrebt.

Anregungen nach einem solchen Schema erfordern frequenzstabilisierte Laser, um sicher zu stellen, dass der gewünschte Energiezustand effizient angeregt wird. Auch über lange Zeiträume soll der Laser nicht aus der Resonanz driften, selbst wenn sich die Umgebungsbedingungen des Experiments ändern. Da darüber hinaus mindestens drei Laser verschiedener Wellenlänge benötigt werden, ist ein System notwendig, mit welchem unterschiedliche Laser zeitgleich stabilisiert werden können. Zudem soll die Wellenlänge möglichst flexibel angepasst werden können. Die Verwendung eines auf einen ULE-Resonator (ultra low expansion) stabilisierten Referenzlaser zur Stabilisierung so genannter Transfer-Cavities liefert ein System, das diesen Anforderungen entspricht. Die stabilen Transfer-Cavities bieten eine Möglichkeit gleichzeitig und flexibel eine Vielzahl an verschiedenen Lasern zu stabilisieren ohne jeweils auf einen teuren ULE-Resonator zurückgreifen zu müssen. Von einem solchen System können Linienbreiten im kHz Bereich erreicht werden. Da die natürliche Linienbreite von Rubidium in der Größenordnung einiger MHz liegt [5],[6], ist eine solche Stabilität hier ausreichend.

Im Rahmen dieser Arbeit soll daher ein solches Lasersystem an Hand einer Linienbreitenmessung charakterisiert und optimiert werden. Dazu werden im ersten Kapitel die notwendigen physikalischen Grundlagen erläutert. Im zweiten Kapitel werden die verwendeten Aufbauten der Optik und Elektronik aufgezeigt. Im dritten Kapitel ist die Auswertung der im Rahmen dieser Arbeit aufgenommenen Messwerte zur Charakterisierung des Lasersystems ausgearbeitet. Zum Abschluss soll dann eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse und ein kurzer Ausblick in die Zukunft geschildert werden.

# 1 Grundlagen

Die Zielsetzung dieser Arbeit ist die Charakterisierung und Optimierung eines frequenzstabilisierten Lasersystems. Dazu soll im folgenden Kapitel auf die dem zugrundeliegende Theorie, wie zum Beispiel die Realisierung einer solchen Frequenzstabilisierung, eingegangen werden.

## 1.1 Fabry-Pérot-Resonator

Für die Laserstabilisierung, die im Rahmen dieser Arbeit charakterisiert werden soll, werden Fabry-Pérot-Interferometer als Frequenzreferenz verwendet. Im weiteren Verlauf der Arbeit werden die Fabry-Pérot-Resonatoren auch kürzer als Cavities bezeichnet. Im simpelsten Fall kann eine solche Cavity aus zwei planaren Spiegeln aufgebaut werden, zwischen denen Licht der Wellenlänge  $\lambda$  oszilliert. Für zwei im Abstand  $d$  zueinander parallel aufgestellte Spiegel folgt der Phasenunterschied  $\Delta\phi$  ebener Wellen dann aus

$$\Delta\phi = \frac{4\pi nd \cos(\alpha)}{\lambda} \quad (1)$$

mit dem Einfallswinkel  $\alpha$  gemessen zur Spiegelnormale und dem Brechungsindex  $n$  des von den Spiegeln eingeschlossenen Mediums. Abbildung 2 veranschaulicht den Strahlengang in einem solchen Resonator.

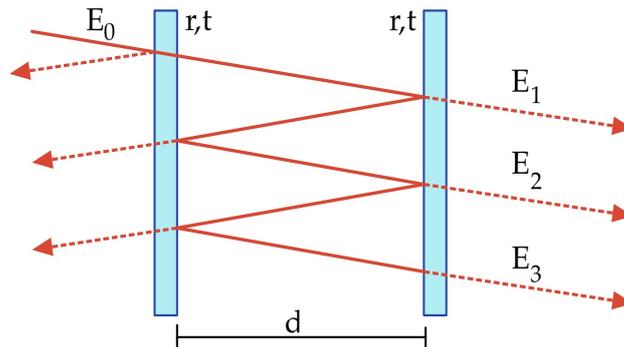


Abbildung 2: Darstellung des Strahlengangs im Fall zweier planarer Spiegel im Abstand  $d$ .  $E_0$  bezeichnet die komplexe Amplitude des einlaufenden Strahls und  $E_j$ ,  $j \neq 0$  die Amplituden der verschiedenen auslaufenden Strahlen der Ordnung  $j$ .

Für die nachfolgende Betrachtung wird von einem senkrecht einfallenden Strahl, sowie Luft als Medium ausgegangen. Es gilt also  $\alpha = 0$  und  $n \approx 1$ . Die Spiegel sind charakterisiert durch eine Reflektivität  $r$  bzw. Transmittivität  $t$ . Diese geben das Verhältnis zwischen reflektierter/transmittierter und einfallender Welle an und beziehen sich auf die elektrische Feldstärke der elektromagnetischen Welle. Im Folgenden werden die Abkürzungen  $R = r^2$  und  $T = t^2$  verwendet. Somit gilt für die Amplitude des ausgehenden Strahls erster Ordnung, der die Cavity also genau einmal durchlaufen hat:

$$E_1 = TE_0. \quad (2)$$

Auslaufende Strahlen höherer Ordnungen  $j$  werden  $2(j - 1)$ -mal an den Spiegeln reflektiert. Dabei ergibt sich jeweils ein Phasenunterschied von  $2(j - 1)\Delta\phi$ . Für die

Amplitude des  $j$ -ten Strahls folgt somit

$$E_j = TR^{j-1}e^{i2(j-1)\Delta\phi}. \quad (3)$$

Wird über alle dieser Amplituden aufsummiert, so folgt die komplexe Gesamtamplitude der Transmission  $E_t$ .

$$E_t = \sum_{j=1}^{\infty} E_j = TE_0 \sum_{j=1}^{\infty} R^{j-1}e^{i(j-1)\Delta\phi} = \frac{T}{1 - Re^{i\Delta\phi}} E_0 \quad (4)$$

Hieraus kann nun die transmittierte Intensität berechnet werden. Diese wird in der Regel auf die Eingangsintensität  $I_0$  normiert.

$$T_{\text{gesamt}} = \frac{I_t}{I_0} = \frac{|E_t|^2}{|E_0|^2} = \frac{T^2 (E_0)^2}{(E_0)^2 (1 - Re^{i\Delta\phi}) (1 - Re^{-i\Delta\phi})} \quad (5)$$

$$= \frac{(1 - R)^2}{(1 - R)^2 + 4R\sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)} \quad (6)$$

$$= \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \mathcal{F}^2 \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)} \quad (7)$$

$$= \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \mathcal{F}^2 \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{FSR}\right)} \quad (8)$$

Durch den  $\sin^2$  Term ergeben sich periodische Transmissionspeaks für das Transmissionspektrum. Diese entstehen durch konstruktive und destruktive Interferenz einzelner Teilstrahlen. In Gleichung (8) wurde die Finesse  $\mathcal{F}$  eingeführt. Diese ist über

$$\mathcal{F} = \frac{FSR}{\Delta\nu} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R} \quad (9)$$

definiert. Sie gibt anschaulich an, wie viele Strahlen miteinander interferieren. Je größer die Finsse, desto mehr Strahlen tragen zur Interferenz bei und desto schmaler sind die Transmissionspeaks. Die Halbwertsbreite der Transmissionspeaks  $\Delta\nu$  ergibt sich zu

$$\Delta\nu = \frac{1 - R}{\pi\sqrt{R}} \cdot FSR \quad (10)$$

Der Abstand zweier benachbarter Peaks wird als freier Spektralbereich  $FSR$  bezeichnet und kann gemäß

$$FSR = \frac{c}{2nd} \quad (11)$$

berechnet werden. Der FSR hängt also nur von der Cavitylänge ab. In Abbildung 3 ist das Transmissionssignal eines solchen Fabry-Perot Resonators für verschiedene Finessen dargestellt.

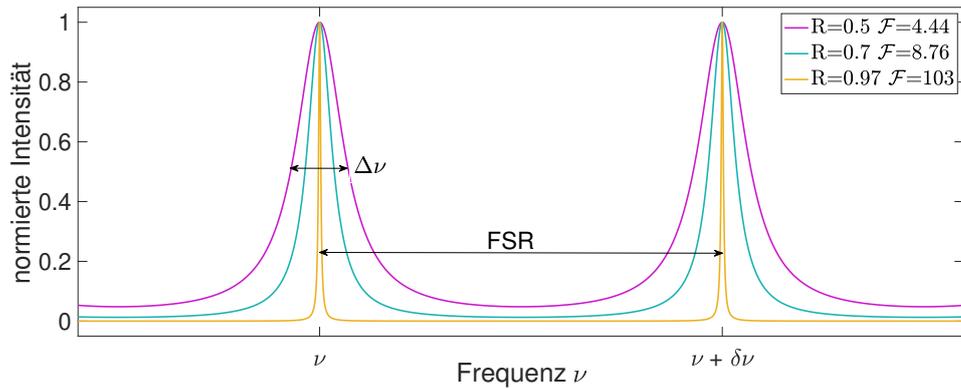


Abbildung 3: Berechnetes Transmissionssignal eines Fabry-Perot Interferometers für verschiedene Finessen bzw. Spiegelreflektivitäten. Der Abstand der beiden Peaks entspricht der FSR  $\delta\nu$ .

Wie in Abbildung 3 zu sehen, führt eine hohe Finesse zu schmaleren Transmissionspeaks mit steileren Flanken. Die Finesse kann in der Praxis nicht beliebig groß werden, da reale Spiegel stets eine Reflektivität  $< 1$  aufweisen. Die selben, in diesem Abschnitt für einen Resonator aus zwei planaren Spiegeln hergeleiteten Zusammenhänge können analog (unter Verwendung von Gaußstrahlen [22]) für einen plankonvexen Resonator hergeleitet werden. Um Selbstabbildung des Strahls schon bei einem Durchlauf zu ermöglichen muss der plane Spiegel dann in der Strahltaile des Gaußstrahls stehen. Der gekrümmte Spiegel muss so platziert werden, dass der Krümmungsradius des Gaußstrahls mit dem des Spiegels übereinstimmt.

## 1.2 Der External-Cavity-Diodenlaser

Bei den später charakterisierten Lasern handelt es sich um External-Cavity-Diodenlaser. Daher wird im Folgenden kurz auf deren Funktionsweise und ihre Einsatzmöglichkeiten eingegangen.

Diodenlaser bieten die Vorteile, dass sie kostengünstiger gegenüber anderen Lasern wie  $CO_2$ - oder anderen Festkörperlaser sind und auf Grund verschiedener Dotierungen Laser für quasi jede benötigte Wellenlänge verfügbar sind. Zusätzlich können sie durch Verwendung eines externen Resonators im Single-Mode-Betrieb arbeiten. Diese Eigenschaften machen Diodenlaser zu vielseitig einsetzbaren Werkzeugen bei optischen Experimenten. Als aktives Medium dient bei ihnen ein Halbleiter. Die für den Laserbetrieb notwendige Besetzungsinversion wird dann an der Grenzschicht zwischen zwei verschiedenen Dotierungen erzeugt. Rekombinieren durch einen Diodenstrom angeregte Elektronen im Leitungsband mit den Löchern im Valenzband, so wird die freiwerdende Energie als Licht (Photonen) emittiert. Die Kreisfrequenz  $\omega_L$  entspricht dann genau der Energie, die durch die Bandlücke definiert wird.

$$E_B = \hbar\omega_L. \quad (12)$$

Damit stimulierte Emission stattfinden kann, wird neben dem aktiven Medium ein Resonator verwendet. In diesem bilden sich stehende Wellen aus, solange die Bedingung

$$2d = i\lambda, \quad i \in \mathbb{N} \quad (13)$$

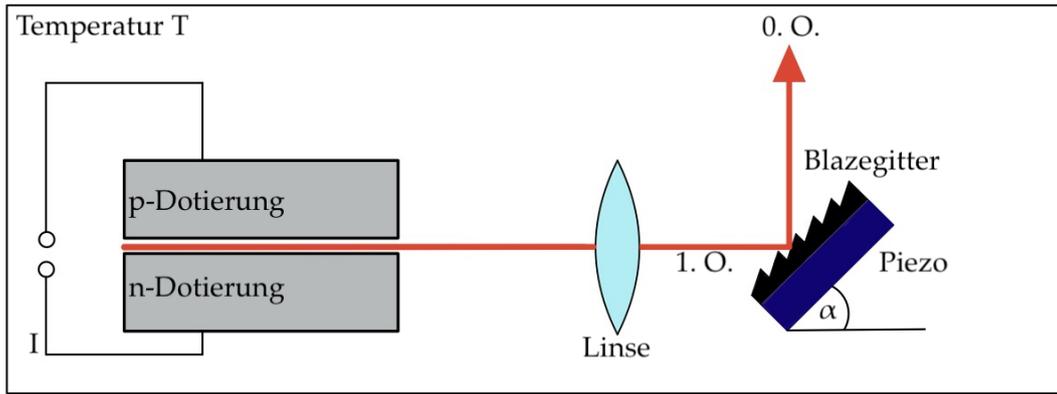


Abbildung 4: Schematischer Aufbau eines Diodenlasers in der Littrow-Anordnung. Die Frequenzstabilisierung kann später über die Regelung des Diodenstroms und des Gitterwinkels über eine Piezospaltung realisiert werden.

erfüllt ist. Hierbei wird mit  $d$  die Länge des Resonators beschrieben. Die stehenden Wellen werden dann als Resonatormoden bezeichnet. Der Abstand zweier solcher Moden ist dann (analog zur Cavity) über

$$FSR = \frac{c}{2nd} \quad (14)$$

mit dem Brechungsindex  $n$  definiert. Für den Laserbetrieb genügen oftmals bereits die Reflektivitäten der Halbleiteroberflächen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Für single-mode Diodenlaser werden zusätzliche externe Resonatoren verwendet. Ein möglicher Aufbau ist hierbei die so genannte Littrow-Anordnung, die in Abbildung 4 dargestellt ist. In dieser Anordnung wird der externe Resonator durch ein Reflexionsgitter mit Gitterkonstante  $g$  realisiert. Der Laserstrahl, der aus der Diode austritt, trifft kollimiert auf das Gitter, welches so justiert wird, dass die nullte Beugungsordnung ausgekoppelt wird. Die erste Beugungsordnung dagegen wird zurück zur Diode reflektiert. Der Beugungsvorgang am Gitter folgt dabei der Bragg-Bedingung:

$$2g \sin(\beta) = j\lambda, \quad j \in \mathbb{N}. \quad (15)$$

Hierbei bezeichnet  $\beta = \pi/2 - \alpha$  den Einfallswinkel gemessen zur Gitternormalen, siehe Abbildung 4. In Folge der in Abbildung 5 dargestellten Überlagerung der verschiedenen Resonatormoden, wird nur eine Mode so verstärkt, dass die Laserbedingung erfüllt ist. Dadurch ergibt sich ein Laser im Single-Mode-Betrieb. Probleme treten auf, wenn sich durch die verwendete Linse in der Anordnung ein weiterer externer Resonator ausbildet. Dessen Moden passen dann im Allgemeinen nicht zu denen der zwei anderen Resonatoren. Dieser Effekt kann durch Antireflexionsbeschichtungen weitgehend unterdrückt werden.

In der Littrow-Anordnung verändert sich beim Verkippen des Gitters sowohl der Einfallswinkel als auch die Cavitylänge. Demnach hängt die Leistung und die Wellenlänge des Diodenlasers hauptsächlich von drei Faktoren ab. Zum einen von der Temperatur der Diode. Diese nimmt Einfluss auf die Bandlücke des Halbleiters und damit direkt auf die Frequenz der emittierten Photonen. Zudem ist der Brechungsindex temperaturabhängig und die Temperatur nimmt über den Ausdehnungskoeffizient auch Einfluss auf die Resonatorlänge. Des Weiteren spielt der Injektionsstrom

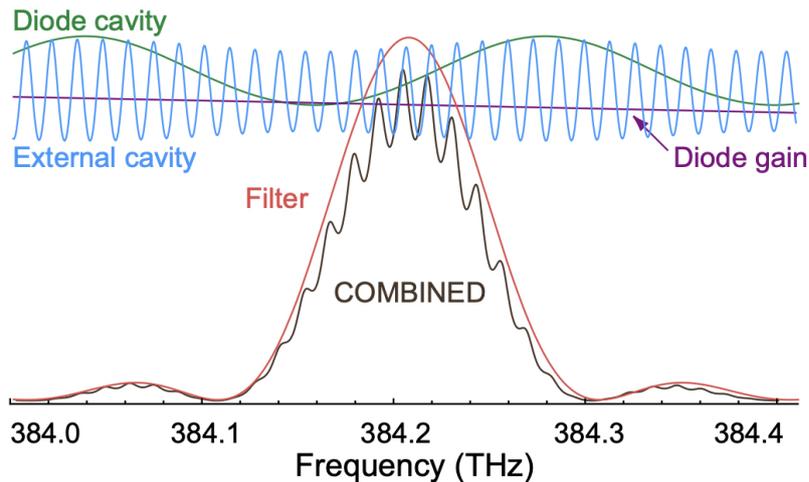


Abbildung 5: Schematische Darstellung der Überlagerung der Resonatormoden in einem ECDL (external cavity diode laser), übernommen aus [9]. Die Cavitypeaks der Laserdiode sind in grün dargestellt die der externen Cavity in blau, der rote Peak wird durch das Gitter hervorgerufen und die lila Kurve zeigt das Verstärkungsprofil der Diode.

eine wesentliche Rolle. Dieser wirkt sich zum einen auf die Temperatur aus, was die eben erwähnten Effekte nach sich zieht. Zusätzlich verändert der Strom die Anzahl der Ladungsträger in der PN-Grenzschicht, was zu einer zusätzlichen Änderung des Brechungsindex führt. Zuletzt hängt die Wellenlänge des Lasers von Gitterposition und Winkel ab, die darüber entscheidet welche Wellenlänge zurück reflektiert wird. Die Position kann in der Praxis über einen Piezo, also indirekt über eine am Piezo angelegte Spannung geregelt werden. Diese Regelung unterliegt einer mechanischen Trägheit. Der Piezo kann die Gitterposition laut Hersteller im kHz-Bereich anpassen. Die Anpassung durch den Strom ist mit 50 MHz deutlich schneller. Da die Frequenz des Laserlichts sowohl vom Diodenstrom als auch von der am Piezo angelegten Spannung abhängt, kann diese durch Anlegen einer Spannungsrampe kontinuierlich variiert werden. Dieser Vorgang wird kurz als scannen bezeichnet.

Die drei erläuterten Abhängigkeiten der Laserfrequenz können zur Frequenzstabilisierung genutzt werden, indem die jeweiligen Parameter über eine Feedbackschleife stets so angepasst werden, dass der Laser konstant bei der selben Frequenz läuft. Nachteile einer solchen Stabilisierung sind unerwünschte Intensitätsschwankungen.

### 1.3 Laserstabilisierung

Im folgenden wird die Side-of-finge Methode mit ihren Nachteilen, sowie die daraus folgende Weiterentwicklung der Frequenzstabilisierung durch die Pound-Drever-Hall Methode zur Frequenzstabilisierung eingeführt.

#### 1.3.1 PID Regler

Da beide Methoden auf eine Feedbackschleife angewiesen sind, wird hier zunächst der so genannte PID-Regler diskutiert. Er erlaubt die Realisierung einer solchen Feedbackschleife. Der PID-Regler (proportional, integral und derivative) besteht aus drei verschiedenen Regelanteilen. In Abbildung 6 ist ein Blockdiagramm zur Veran-

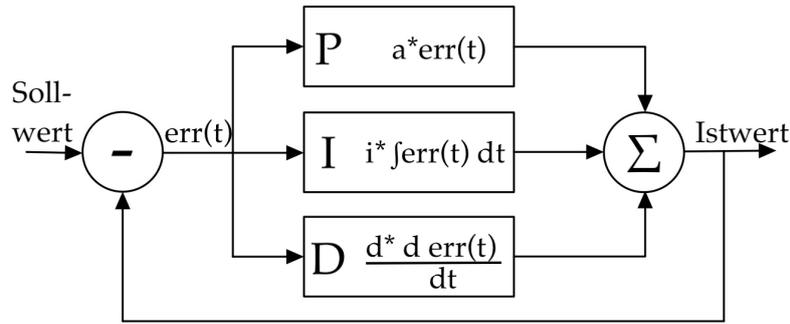


Abbildung 6: Blockdiagramm eines PID-Reglers in Parallelanordnung. Das über die drei Regelanteile erzeugte Ausgangssignal wird an den Eingang rückgekoppelt.

schaulichung aufgezeigt. Über einen solchen Regler soll der Wert einer Regelgröße (hier Laserfrequenz) auf einen bestimmten Sollwert geregelt werden. Dazu wird die Information über den momentanen Status, den so genannten Istwert benötigt. Diese steht in Form von Messwerten zur Verfügung. Wie in Abbildung 6 dargestellt, wird die Information über den Istwert an den PID zurückgeführt und vom Sollwert abgezogen. Die Differenz beschreibt das Fehlersignal  $err(t)$ . Solange der Istwert ungleich dem Sollwert ist, ist das Fehlersignal ungleich Null. Der Regler passt dann die Parameter des zu regelnden Systems über die so genannte Stellgröße weiter an, bis der Sollwert erreicht wird. Stimmen Ist- und Sollwert überein, so verschwindet das Fehlersignal und es wird nicht weiter geregelt. Die drei Regelanteile P, I und D haben dabei alle unterschiedlichen Einfluss auf die Feedbackschleife. Beim proportionalen Anteil P wird das eingehende Signal mit einem Verstärkungsfaktor  $p$  multipliziert.

$$P(t) = p \cdot err(t) \quad (16)$$

Bei falscher Wahl des Faktors  $p$  kann es vorkommen, dass der Sollwert nicht erreicht wird, oder das System unkontrolliert um den Sollwert oszilliert. Zudem tritt immer ein gewisser statischer Fehler auf [14]. Um diesen zu unterdrücken, wird meist ein zusätzlicher Integralanteil I verwendet. Es gilt:

$$I(t) = i \cdot \int err(t) dt. \quad (17)$$

Durch den I-Teil besitzt der Regler Informationen über die Vergangenheit. Tritt der Fall ein, dass das Ausgangssignal des P-Teils auf Grund eines statischen Fehlers fälschlicherweise Null ergibt, obwohl der Sollwert noch nicht erreicht ist, so sorgt der I-Teil durch sein Integrationsverhalten für ein konstantes Ausgangssignal ungleich Null, bis der Sollwert erreicht wird. Dennoch kann auch für eine PI Kombination eine Oszillation um den Sollwert auftreten, wenn die Anteile ungeeignet gewählt werden. Daher ergänzt der Ableitungsanteil D den Regler.

$$D(t) = d \cdot \frac{d err(t)}{dt}. \quad (18)$$

Der D-Teil berücksichtigt, wie schnell sich das Fehlersignal ändert, um so dem Übersteuern entgegen zu wirken. Die Realisierung der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Regeltechnik wird in Abschnitt 2.2 näher diskutiert.

### 1.3.2 Problemstellung der Laserstabilisierung

Um die Frequenz eines Lasers über eine Feedbackschleife mit einem PID-Regler auf einem konstanten Wert zu halten, muss diese gegenüber einer absoluten Frequenzreferenz gemessen und entsprechend angepasst werden. Hierbei stellt sich die Frage, welche Messgröße verwendet werden kann, um ein geeignetes Fehlersignal für die Feedbackschleife zu generieren. Im besten Fall sollte ein solches Fehlersignal direkt messbar sein und alle Informationen darüber enthalten, wie viel und in welche Richtung nachgeregelt werden soll. Der PID-Regler stellt dabei für ein lineares Fehlersignal den optimalen Regler dar. Je mehr das Verhalten des Signals vom linearen Fall abweicht, desto schlechter der Regler. Im Fall einer Frequenzstabilisierung wird daher ein Fehlersignal gesucht, das möglichst linear von der Frequenz abhängt. Da ein reales Signal immer einen Rauschanteil enthält, sollte das Fehlersignal für einen sensiblen Regler auf der Zeitskala auf der Regelzeit nicht von Rauschen dominiert werden. Daraus ergibt sich ein Kompromiss aus einem möglichst steilen Fehlersignal, so dass eine Signaländerung nicht im Rauschen untergeht und einem möglichst linearen Signal.

### 1.3.3 Side-of-fringe Methode

Die Side-of-fringe Methode nutzt beispielsweise das Transmissionssignal einer Cavity nach Gleichung 8 als Fehlersignal. Auch eine atomare Resonanz stellt ein mögliches Fehlersignal für diese Methode dar. Dabei wird ausgenutzt, dass jeder Intensität auf der Flanke eines solchen Peaks eine Frequenz zugeordnet werden kann. Wird ein Wert der Flanke als Sollwert für den PID-Regler verwendet, so regelt dieser den Laser so nach, dass die gemessene Intensität stets konstant bleibt. Demnach wird auch die Frequenz konstant gehalten. Die Verwendung eines Spektroskopiepeaks wie in Abbildung 7 als Fehlersignal bringt einige Probleme mit sich.

Zum einen ist bei der Betrachtung der Intensität keine Unterscheidung zwischen Frequenzschwankung und Intensitätsschwankung des Lasers möglich. Auf Grund der Symmetrie des Maximums geht zudem die Information verloren, in welche Richtung die Frequenz sich ändert, da die Intensität in beiden Fällen abnimmt. Daher muss bei dieser Methode auf die Flanke des Peaks ausgewichen werden. Die Suche nach einem besser geeigneten Fehlersignal führt daher auf die Pound-Drever-Hall Methode.

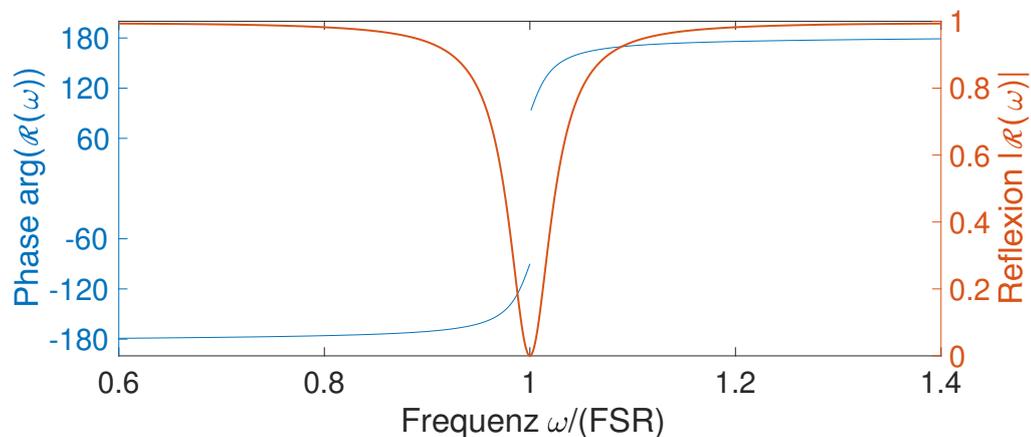


Abbildung 7: Reflexionsdip und zugehörige Phase berechnet für eine Cavity mit einer Finesse von 12. Die Frequenz ist in Vielfachen der  $FSR$  angegeben.

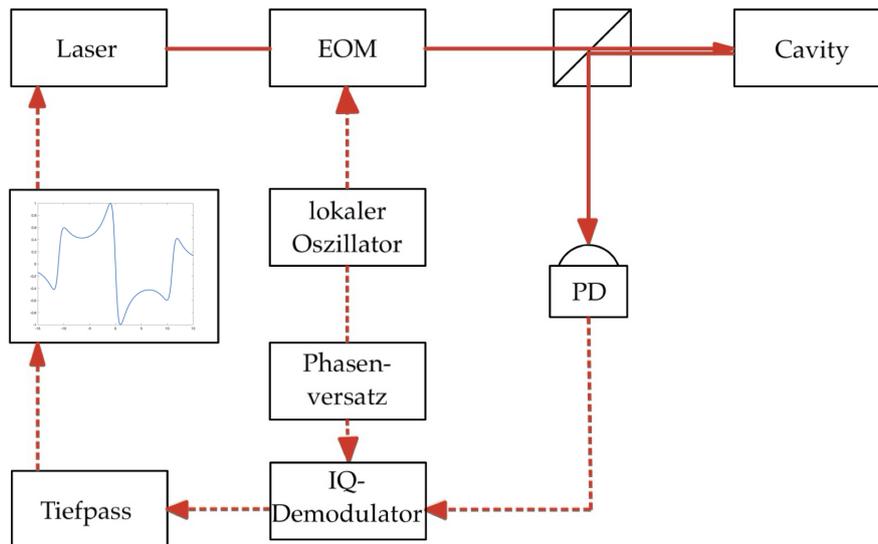


Abbildung 8: Schematischer Aufbau der Feedbackschleife für das PDH-Verfahren. Das Laserlicht wird mit einem EOM moduliert und auf die Cavity geschickt, um Frequenzfluktuationen zu beobachten. Das reflektierte Licht wird mit einer Photodiode beobachtet. Das so aufgenommene Signal wird mit dem des lokalen Oszillator demoduliert und so das Fehlersignal erzeugt. Der Phasenversatz sorgt dabei dafür, dass das Signal des Oszillators bezüglich seiner Phase zu dem der Photodiode passt. Durchgezogene Linien kennzeichnen optische Wege, gestrichelte Linien elektrische Signalwege.

### 1.3.4 Pound-Drever-Hall-Methode

Bislang wurde die Intensität als direkt messbare Größe zur Frequenzstabilisierung genutzt. Grundgedanke der Pound-Drever-Hall Methode (kurz PDH) ist es ein Fehlersignal zu erzeugen, welches die geforderten Eigenschaften ohne die Nachteile der Side-of-fringe Technik erfüllt. Hierzu wird eine Cavity oder eine atomare Resonanz als Frequenzreferenz verwendet.

Das an der Cavity reflektierte Licht wird in zwei Bestandteile unterschieden. Das Licht das bereits am ersten Spiegel reflektiert wird ohne zuvor die Cavity zu durchlaufen und ein Anteil, der erst nach mehrmaligem Durchlaufen des Resonators wieder in Richtung des eingehenden Strahls reflektiert wird. Ist der Laser in Resonanz mit der Cavity, so sind beide Anteile des reflektierten Lichts gleich groß aber genau außer Phase. Die Strahlen löschen sich gegenseitig aus, was sich in einem Intensitätsminimum der Reflexion äußert. Im off-resonanten Fall ändert sich die Phase des reflektierten Lichts dann mit dem selben Vorzeichen, wie die Frequenz. Abbildung 7 verdeutlicht diese Beziehung. Die Phase erfüllt also alle Kriterien für das gesuchte Fehlersignal. Sie ist dispersiv und besitzt einen Nulldurchlauf an der Stelle des Reflexionsminimum. Allerdings kann sie über kein optisches Element direkt gemessen werden. Um dennoch ein geeignetes Fehlersignal zu erzeugen, werden bei der PDH-Technik mit einem EOM (elektro-optischer Modulator) Seitenbänder der Frequenz  $\Omega$  auf das eingehende Laserlicht aufmoduliert. Der zur Gewinnung des Fehlersignals notwendige Aufbau ist in Abbildung 8 schematisch dargestellt. Bei der bisherigen Betrachtung war es irrelevant, ob die Transmission oder wie eben die Reflexion der

Cavity betrachtet wird. Da die Seitenbänder in der Transmission herausgefiltert werden, wird die Reflexion verwendet. Im Folgenden wird auf die mathematische Beschreibung und die Herleitung des Fehlersignals eingegangen. Eine ausführliche Beschreibung ist dabei in [15] zu finden. Das durch dem EOM modulierte elektrische Feld kann über

$$\begin{aligned} E_{\text{in}(t)} &= E_0 e^{i(\omega_0 t + \beta \sin(\Omega t))} \\ &\approx E_0 e^{i\omega_0 t} \left( 1 + \frac{\beta}{2} (e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t}) \right) \\ &= E_0 e^{i\omega_0 t} + E_{\text{mod}} e^{i(\omega_0 + \Omega)t} - E_{\text{mod}} e^{i(\omega_0 - \Omega)t} \end{aligned} \quad (19)$$

beschrieben werden. Dabei beschreibt  $\omega_0$  die Laserfrequenz und  $\Omega$  die Modulationsfrequenz. Das erhaltene Signal enthält drei verschiedene Frequenzen. Einen Hauptträger bei der Laserfrequenz und zwei Seitenbänder bei  $\omega_0 \pm \Omega$ . Der frequenzabhängige Reflexionskoeffizient  $\mathcal{R}(\omega)$  ist über das Verhältnis zwischen dem Feld des reflektierten und dem des eingehenden Strahl definiert. Demnach kann er über  $E_t$  aus Gleichung (4) geschrieben werden als

$$\mathcal{R}(\omega) = \frac{E_0 e^{i\omega t} - E_t e^{i\omega t}}{E_0 e^{i\omega t}}. \quad (20)$$

Das reflektierte Signal berechnet sich damit nach:

$$E_R = \mathcal{R}(\omega_0) E_0 e^{i\omega_0 t} + \mathcal{R}(\omega_0 + \Omega) E_{\text{mod}} e^{i(\omega_0 + \Omega)t} - \mathcal{R}(\omega_0 - \Omega) E_{\text{mod}} e^{i(\omega_0 - \Omega)t}. \quad (21)$$

Das Signal wird mit einer Photodiode (Bandbreite  $> \Omega$ ) detektiert, weshalb es sinnvoll ist die Leistung zu betrachten.

$$\begin{aligned} P_R(t) &= |E_R(t)|^2 \\ &= P_0 |\mathcal{R}(\omega_0)|^2 + P_{\text{mod}} |\mathcal{R}(\omega_0 + \Omega)|^2 - P_{\text{mod}} |\mathcal{R}(\omega_0 - \Omega)|^2 \end{aligned} \quad (22)$$

$$+ 2\sqrt{P_0 P_{\text{mod}}} \text{Re} [\mathcal{R}(\omega_0) \mathcal{R}^*(\omega_0 + \Omega) - \mathcal{R}^*(\omega_0) \mathcal{R}(\omega_0 - \Omega)] \cos(\Omega t) \quad (23)$$

$$+ 2\sqrt{P_0 P_{\text{mod}}} \text{Im} [\mathcal{R}(\omega_0) \mathcal{R}^*(\omega_0 + \Omega) - \mathcal{R}^*(\omega_0) \mathcal{R}(\omega_0 - \Omega)] \sin(\Omega t) \quad (24)$$

$$+ \mathcal{O}(2\Omega) \quad (25)$$

Dabei entstehen die Terme aus Zeile (22) durch die Interferenz der Anteile jeweils mit sich selbst. Die Terme in den Zeilen (23) und (24) dagegen sind auf die Interferenz des Hauptpeaks mit den Seitenbändern zurückzuführen. Terme der Ordnung  $2\Omega$ , die hier nicht explizit ausgeschrieben sind, stammen aus der Interferenz zwischen Seitenbändern. Da diese den Faktor  $P_{\text{mod}}$  besitzen und  $P_{\text{mod}} < P_0$  gilt, können diese vernachlässigt werden.

Für große Modulationsfrequenzen  $\Omega$  wird dann  $P_R$  imaginär [15], so dass für das Fehlersignal nur ein Term proportional zu

$$P_R \approx -i2\text{Im} [\mathcal{R}(\omega)] \sin(\Omega t) \quad (26)$$

bestehen bleibt. Abbildung 9 zeigt das berechnete Fehlersignal für verschiedene Finnessen  $\mathcal{F}$  und Modulationsfrequenzen  $\Omega$ , sowie ein gemessenes Cavity-Transmissionssignal mit zugehörigem Fehlersignal. Berechnetes und gemessenes PDH-Signal sind frequenzabhängig, mit steiler Flanke und einem Nulldurchlauf an der Stelle des Transmissionsmaximum bzw. Reflexionsminimum. Im Gegensatz zur Side-of-fringe Technik muss zur Stabilisierung nicht auf die Flanke des Intensitätspeaks ausgewichen

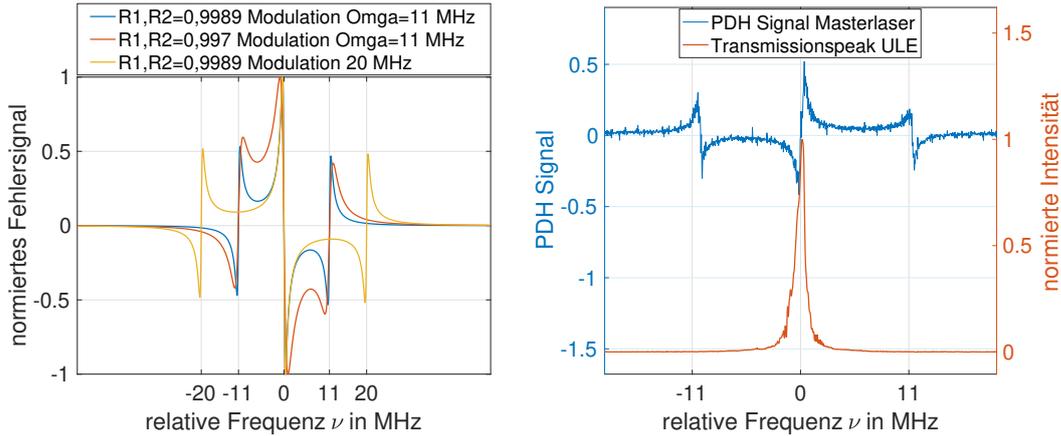


Abbildung 9: Berechnete Fehlersignale der PDH-Methode für unterschiedliche Finesse links und ein experimentell aufgenommenener Transmissionspeak mit zugehörigem Fehlersignal für eine Cavity rechts.

werden. Der Umweg über die Phasenbetrachtung ermöglicht es auf die Stelle des Transmissionsmaximums zu stabilisieren. Bei Intensitätsschwankungen des Lasers ändert sich nur die Amplitude des PDH-Signals, nicht aber der Nulldurchlauf. Dieser eignet sich daher zum Stabilisieren der Frequenz. Das PDH-Verfahren eignet sich nicht nur für das Frequenzstabilisieren eines Lasers unter Verwendung einer sehr stabilen Cavity als Frequenzreferenz. Vielmehr kann die Methode auch dazu genutzt werden, um mit Hilfe eines bereits stabilisierten Lasers eine so genannte Transfer-Cavity gegenüber thermischer Längenänderungen zu stabilisieren. Dazu wird das erzeugte Fehlersignal in diesem Fall nicht an den Laser zurückgekoppelt, sondern an einen Piezo, der die Cavity in der Länge entsprechend nachregelt. Auf eine solche Transfercavity kann im nächsten Schritt ein weiterer Laser stabilisiert werden. Genaueres folgt im Abschnitt 2.2 zur Beschreibung des Aufbaus der Transfer-Cavity. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird das Stabilisieren einer Cavity oder eines Lasers auch kurz mit locken bezeichnet.

### 1.3.5 Luftdruckabhängigkeit eines Cavity-Locks

Der Transferlock ist wie bereits erwähnt so konzipiert, dass die Cavity bezüglich ihrer Länge auf den ersten bereits gelockten Laser stabilisiert wird. Der Lock regelt die Länge der Cavity so nach, dass die optische Länge für den Laser stets konstant bleibt. Ein zweiter Laser wird dann auf die gelockte Cavity stabilisiert.

Mit der Zeit ändern sich die Umgebungsbedingungen wie Temperatur, Luftdruck und Luftfeuchtigkeit. Diese Umgebungsbedingungen beeinflussen den Brechungsindex der Luft. Die Änderung des Brechungsindex ist jedoch nicht für alle Wellenlängen gleich. Es entsteht eine Änderung des differentiellen Brechungsindex. Verändern sich die Umgebungsbedingungen, so nimmt der erste Laser die Cavitylänge verändert war, so dass diese vom Lock nachgeregelt wird. Der zweite Laser, der auf die Cavity gelockt wird, nimmt diese Längenänderung leicht unterschiedlich wahr. Für ihn verändert sich daher die Resonanzbedingung und der Laser driftet in der Frequenz, obwohl er sich im Lock befindet. Die nachfolgende Rechnung soll die Größenordnung dieser Drifts abschätzen.

Zunächst einige Definitionen:

- Seien  $B_1, B_2$  die Umgebungsbedingungen zu Beginn und am Ende des Experiments.
- Seien  $f_1(B_i)$  und  $f_2(B_i)$  die Laserfrequenzen der beteiligten Laser in Abhängigkeit der Umgebungsbedingungen.
- Sei  $n(B_i, f_j(B_i))$  der Brechungsindex in Abhängigkeit von der Laserfrequenz und den Umgebungsbedingungen.
- Sei zudem  $\lambda(B_i, f_j(B_i))$  die Wellenlänge in Abhängigkeit von den Umgebungsbedingungen und der entsprechenden Laserfrequenz.

Während der gesamten Zeit soll darüber hinaus angenommen werden, dass sich die Cavity im Lock befindet. Dies bedeutet in diesem Fall:

$$f_1(B_1) = f_1(B_2). \quad (27)$$

Im Vakuum gilt für den Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Frequenz:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f}, \quad (28)$$

mit der Vakuumwellenlänge  $\lambda_0$ . Im Allgemeinen gilt dann jedoch:

$$\lambda(B_1, f) = \frac{\lambda_0}{n(B_1, f)} = \frac{c}{fn(B_1, f)}. \quad (29)$$

Über Gleichung (29) kann dann eine Beziehung für die Laserfrequenzen in Abhängigkeit der Umgebungsbedingungen aufgestellt werden.

$$f_j(B_i) = \frac{c}{\lambda(B_i, f_j(B_i))n(B_i, f_j(B_i))} \quad (30)$$

Im Weiteren gilt nun für die physikalische Länge der Cavity

$$L(B_i) = z_i \frac{\lambda(B_i, f_j(B_i))}{2} \quad (31)$$

Hierbei wird mit  $z_i$  eine ganze Zahl bezeichnet, die angibt auf welchen Peak des nach Gleichung (8) beschriebenen Transmissionsspektrum der Laser gelockt wird. Durch Betrachtung des Längenverhältnis folgt:

$$\frac{L(B_1)}{L(B_2)} = \frac{\lambda(B_1, f_1(B_1))}{\lambda(B_2, f_1(B_2))} = \frac{\lambda(B_1, f_2(B_1))}{\lambda(B_2, f_2(B_2))} \quad (32)$$

Dies kann unter Verwendung der Annahme (27) und Gleichung (29) zu einem Ausdruck für  $\lambda(B_2, f_2(B_2))$  umgeformt werden.

$$\lambda(B_2, f_2(B_2)) = \frac{\lambda(B_2, f_1(B_1))}{\lambda(B_1, f_1(B_1))} \cdot \lambda(B_1, f_2(B_1)) \quad (33)$$

$$= \frac{\lambda_0(f_1(B_1))}{\lambda_0(f_1(B_1))} \frac{n(B_1, f_1(B_1))}{n(B_2, f_1(B_1))} \cdot \lambda(B_1, f_2(B_1)) \quad (34)$$

$$= \frac{n(B_1, f_1(B_1))}{n(B_2, f_1(B_1))} \cdot \lambda(B_1, f_2(B_1)) \quad (35)$$

Die eigentlich interessante Größe die ermittelt werden soll ist  $\Delta f_2$ , also um wie viel der zweite Laser, der auf die Transfer-Cavity gelockt wird driftet. Hierfür gilt:

$$\Delta f_2 = f_2(B_2) - f_2(B_1) \quad (36)$$

$$= \frac{c}{\lambda(B_2, f_2(B_2)) \cdot n(B_2, f_2(B_2))} - f_2(B_1) \quad (37)$$

$$= \frac{c}{\frac{n(B_1, f_1(B_1))}{n(B_2, f_1(B_1))} \lambda(B_1, f_2(B_1)) n(B_2, f_2(B_2))} - f_2(B_1) \quad (38)$$

Dabei wurde (35) eingesetzt. Erneutes Anwenden von Gleichung (29) führt dann auf:

$$\Delta f_2 = \frac{c}{\frac{n(B_1, f_1(B_1))}{n(B_2, f_1(B_1))} \frac{c}{f_2 n(B_1, f_2(B_1))} n(B_2, f_2(B_2))} - f_2(B_1) \quad (39)$$

$$= f_2(B_1) \left( \frac{n(B_2, f_1(B_1)) n(B_1, f_2(B_1))}{n(B_1, f_1(B_1)) n(B_2, f_2(B_1))} - 1 \right) \quad (40)$$

$$= f_2(B_1) \left( \frac{n(B_2, f_1(B_1)) n(B_1, f_2(B_1))}{n(B_1, f_1(B_1)) n(B_2, f_2(B_1) + \Delta f_2)} - 1 \right) \quad (41)$$

Für allgemeine Funktionen für  $n(B_i, f_j(B_i))$  kann diese Gleichung dann nur numerisch und nicht mehr analytisch gelöst werden. Allerdings kann angenommen werden, dass  $\Delta f_2$  gegenüber den Ausgangsfrequenzen sehr klein sein wird (also  $\Delta f_2 \ll f_2(B_1)$ ). Demnach kann angenommen werden, dass

$$n(B_2, f_2(B_1) + \Delta f_2) \approx n(B_2, f_2(B_1)) \quad (42)$$

gilt. Damit ergibt sich dann der folgende Zusammenhang für  $\Delta f_2$ :

$$\Delta f_2 = f_2(B_1) \left( \frac{n(B_2, f_1(B_1)) n(B_1, f_2(B_1))}{n(B_1, f_1(B_1)) n(B_2, f_2(B_1))} - 1 \right) \quad (43)$$

Dieser Ausdruck hängt nur noch von den Brechungsindizes bei den Ausgangsfrequenzen und verschiedenen Umgebungsbedingungen ab und kann somit bei bekannten Zusammenhang für  $n(B)$  berechnet werden.

Für die Betrachtung der Druckänderung folgt  $n(P)$  beispielsweise aus der so genannten Edlén-Formel [13]

$$n_{\text{Luft}}(P) = 1 + \left[ \left( 8342,54 + \frac{2404147}{130 - \kappa^2} + \frac{15998}{38,9 - \kappa^2} \right) \left( \frac{P}{96095,43} \right) \right. \\ \left. \left( \frac{1 + 10^{-8}(0,601 - 0,000972T)P}{1 + 0,0036610T} \right) - f(0,037345 - 0,000401\kappa^2) \right] \cdot 10^{-8} \quad (44)$$

mit dem Luftdruck  $P$  in Pa, der Temperatur  $T$  in °C, der Vakuumswellenzahl  $\kappa$  in  $\mu\text{m}^{-1}$  und dem Partialdruck des Wasserdampfs in der Luft  $f$  ebenfalls in Pa, der aus der Luftfeuchtigkeit berechnet werden kann.

## 1.4 Laser-Frequenzspektrum

Für die spätere Diskussion der Linienbreitenmessung, ist eine genauere Betrachtung der Linienform eines Laserspektrums notwendig. Durch

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega_0 t + \phi)} \quad (45)$$

lässt sich ein perfekt monochromatischer Laser mit der Kreisfrequenz  $\omega_0$  beschreiben. Durch  $\phi$  wird eine konstante Phase beschrieben.

Bei einem realen Laser treten im Gegensatz hierzu zeitliche Veränderungen in der Amplitude  $E_0$  und der Phase  $\phi$  auf. Dieses Rauschen kommt zum einen durch äußere Einflüsse, wie thermische Schwankungen und akustische Störungen zu Stande. Solche Einflüsse können in der Theorie gänzlich und im tatsächlichen Experiment in einem gewissen Rahmen unterdrückt werden. Allerdings gibt es auch einen Anteil der quantenmechanisch bedingt ist und somit auch nicht in der Theorie eliminiert werden kann. Diese ist auf die spontane Emission, welche zu einem gewissen Teil immer neben der gewünschten stimulierten Emission stattfindet, zurück zu führen. Die dadurch emittierten Photonen sind dann nicht kohärent zum restlichen Lichtfeld des Lasers. Für ein System weit überhalb der Laserschwelle kann dann dennoch von einem näherungsweise monochromatischem Feld mit konstanter Amplitude ausgegangen werden. Die Phase  $\phi$  wird dann zeitabhängig:

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega_0 t + \phi(t))} \quad (46)$$

Eine solche sich zeitlich ändernde Phase führt zu einem breiteren Frequenzspektrum des Lasers. In der Literatur sind zur Beschreibung dieses Spektrums einige Spezialfälle gebräuchlich, die im Folgenden diskutiert werden. Zunächst soll jedoch noch erläutert werden, in welcher Form das Spektrum mit dem ihm zugrunde liegenden Phasenrauschen verbunden ist. Dazu wird die zeitliche Schwankung der Frequenz betrachtet:

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{d\phi}{dt} \quad (47)$$

Durch Integration ergibt sich das Phasenrauschen im Zeitintervall  $[t, t + \tau]$  zu:

$$\Delta\phi(t, \tau) = \int_t^{t+\tau} (\omega(t') - \omega_0) dt' \quad (48)$$

Für den zeitlichen Mittelwert des quadratischen Phasenrauschen lässt sich dann schreiben

$$\langle \Delta\phi(t, \tau) \rangle = \left\langle \int_t^{t+\tau} \int_t^{t+\tau} \omega(t') \omega(t'') dt' dt'' \right\rangle \quad (49)$$

$$= \int_t^{t+\tau} \int_t^{t+\tau} \langle \omega(t') \omega(t'') \rangle dt' dt'' \quad (50)$$

$$= 2 \int_t^{t+\tau} (\tau - t) Q(t) dt \quad (51)$$

Im letzten Schritt wurde dabei die Autokorrelationsfunktion der momentanen Frequenz

$$Q(t - t') = \langle \omega(t) \omega(t') \rangle \quad (52)$$

verwendet. Nach dem Wiener-Kintchine Theorem [10] folgt das Leistungsspektrum  $S(\omega)$  dann aus der Fouriertransformation der Autokorrelationsfunktion  $Q(t)$ . Dies führt auf den gesuchten Zusammenhang

$$\langle \Delta\phi(t, \tau) \rangle = \frac{\tau^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\omega\tau} \right)^2 S(\omega) d\omega \quad (53)$$

zwischen Phasenrauschen und Leistungsspektrum.

#### 1.4.1 Lorentzförmiges Spektrum

Wird von einem frequenzunabhängigen Fluktuationsspektrum der momentanen Frequenz ausgegangen, so gilt

$$S(\omega) = S_0. \quad (54)$$

mit einem konstanten  $S_0$  [16]. Nach Gleichung (53) ergibt sich für das quadratische Phasenrauschen

$$\langle \Delta\phi(t, \tau) \rangle = \frac{\tau^2}{2\pi} S_0 \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\sin\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)}{\omega\tau} \right)^2 d\omega = S_0\tau. \quad (55)$$

Analog zum letzten Abschnitt folgt das gesuchte Leistungsspektrum des Lasers aus der Fouriertransformation der Autokorrelationsfunktion des elektrischen Feldes. Zusammen mit dem Ansatz (46) folgt somit:

$$G_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_0\tau} \langle e^{i\Delta\phi(t, \tau)} \rangle. \quad (56)$$

Nun kann auf Grund von (54) die Annahme getroffen werden, dass das Phasenrauschen lediglich eine zufällige Verteilung um ein festes  $\phi$  beschreibt. Demnach folgt für die Autokorrelationsfunktion:

$$G_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_0\tau} e^{-\frac{1}{2}\langle \Delta\phi^2(t, \tau) \rangle} \quad (57)$$

Fouriertransformation von (57) führt auf

$$S_E(\omega) = 2E_0^2 \frac{\frac{1}{2}S_0}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{1}{2}S_0\right)^2} \quad (58)$$

Es ergibt sich also unter der Annahme eines frequenzunabhängigen Rauschen ein lorentzförmiges Spektrum für den Laser.

#### 1.4.2 Gaußförmiges Spektrum

Der gerade geschilderte Fall eines frequenzunabhängigen Phasenrauschens erweist sich für den realen Laser jedoch als eine zu starke Näherung, denn es tritt immer auch frequenzabhängiges Rauschen auf. Daher wird in Gleichung (54) noch ein Term proportional zu  $\frac{1}{\omega}$  ergänzt. Für die Frequenzfluktuationen folgt somit

$$S(\omega) = S_0 + \frac{1}{|\omega|} \quad (59)$$

als Leistungsspektrum. Dieser Fall kann dann jedoch nicht mehr analytisch berechnet werden. Es ist möglich zu zeigen, dass die Annahme eines gaußförmigen Spektrums

$$S_E(\omega) = \exp \left[ -\ln(2) \left( \frac{\omega - \omega_0}{\frac{1}{2}\Delta\omega} \right)^2 \right] \quad (60)$$

eine ausreichende Näherung darstellt [11]

### 1.4.3 Voigt-förmiges Spektrum

Das so genannte Voigtprofil ergibt sich aus der Faltung einer Lorentz- und einer Gaußkurve. Dabei werden die beiden bereits erläuterten Anteile des Rauschens vereint zu einem noch allgemeineren Fall. Es gilt dann:

$$S_{\text{Voigt}} = (S_{\text{Gauß}} * S_{\text{Lorentz}})(\omega) \quad (61)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{Gauß}}(\omega') S_{\text{Lorentz}}(\omega - \omega') d\omega' \quad (62)$$

Im Gegensatz zum Gauß- oder Lorentzprofil kann die Linienbreite des Voigtprofils nicht mehr analytisch berechnet werden. Sie wird über die Näherung

$$\Delta\omega = 0,5346\Delta\omega_{\text{Lorentz}} + \sqrt{0,2165975\Delta\omega_{\text{Lorentz}}^2 + \Delta\omega_{\text{Gauß}}^2} \quad (63)$$

aus den Linienbreiten des zugehörigen Gauß- und Lorentzprofils berechnet [12].

## 1.5 Messung der Linienbreite

Bei einem stabilisierten Laser stehen zwei Eigenschaften im Vordergrund. Zum einen, dass der Laser zeitunabhängig stabil Licht der selben Frequenz emittiert und nicht von dieser wegdriiftet. Dies beschreibt die absolute Frequenzstabilität. Darüber hinaus soll der Laser eine möglichst schmale Linienbreite besitzen. Diese beiden Eigenschaften müssen in einem gegenseitigen Kompromiss optimiert werden. Andernfalls kann ein Laser mit besonders schmaler Linienbreite in der Frequenz driften oder ein absolut frequenzstabiler Laser hat eine extrem breite Linie.

Für die stabilisierten Laser, die im Rahmen dieser Arbeit charakterisiert werden sollen, sind Linienbreiten in der Größenordnung zwischen wenigen kHz und einigen hundert kHz zu erwarten. Mit den sonst üblichen optischen Spektrometern wie Gitter- oder Fabry-Perot-Interferometer ist es möglich Frequenzen im Bereich von einigen GHz bis besten Falls wenigen MHz aufzulösen. Daher sind sie zur Vermessung der erwarteten Linienbreiten nicht geeignet. Darüber hinaus wird bei anderen Methoden, wie zum Beispiel der so genannten Beatnote-Messung auf die später noch genauer eingegangen wird, ein zweiter sehr stabiler und bestenfalls schmalerer Laser benötigt.

Da kein bereits charakterisierter Laser für diese Zwecke zur Verfügung stand, wurde für die Vermessung der Linienbreiten eine so genannte selbst-heterodyne Linienbreitenmessung verwendet. Die Auflösung dieser Methode liegt im Bereich weniger kHz. Zudem kommt die Messung ohne einen weiteren, bereits bekannten Laser aus und eignet sich daher für die Optimierung der Frequenzstabilisierung.

### 1.5.1 Selbstheterodyne Messung

Abbildung 10 zeigt schematisch den Aufbau, der für eine selbstheterodyne Linienbreitenmessung benötigt wird.

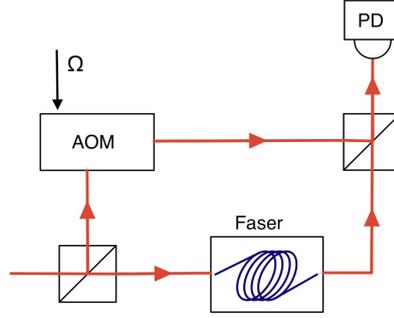


Abbildung 10: Schematischer Aufbau der selbstheterodynen Messung mit Verzögerungsfaser im unteren Strahlengang und AOM im oberen. Das Schwebungssignal wird auf der Photodiode PD detektiert.

Eine detaillierte Diskussion des Aufbaus ist in Abschnitt 2.1 zu finden. Der Messaufbau stellt im Wesentlichen ein Interferometer mit zwei Armen dar. Das Laserlicht wird zu Beginn auf die beiden Arme aufgeteilt. Das Licht, das den unteren der beiden Arme passiert, wird durch eine lange Faser um die Laufzeit  $\tau$  gegenüber dem oberen Arm verzögert. Anschließend werden der verzögerte und der unverzögerte Strahl wieder überlagert. Die Linienbreite des untersuchten Lasers wird dann aus dem entstehenden Schwebungssignal gewonnen. Der Grundgedanke liegt darin, dass für große Verzögerungszeiten  $\tau$  in der Größenordnung der Kohärenzzeit des Lasers die beiden Teilstrahlen als identische aber voneinander unabhängige Strahlen aufgefasst werden können.

Der im oberen Interferometerarm angebrachte akusto-optische Modulator (AOM) verschiebt die Frequenz des Teilstrahls um die Frequenz  $\Omega$ . Da das Schwebungssignal die Frequenzdifferenz der beiden Teilstrahlen beschreibt, ist es ebenfalls um  $\Omega$  verschoben, so dass das zu messende Signal vom Hintergrundrauschen bei  $\omega = 0$  getrennt wird.

Im Folgenden soll näher auf die Beschreibung des entstehenden Schwebungssignals eingegangen werden, um aufzuzeigen wie die Linienbreite des Lasers daraus gewonnen werden kann. Das Schwebungssignal kann jedoch nur für eine unendlich lange Verzögerungszeit  $\tau$  analytisch berechnet werden. Um die Strahlen als unabhängig anzunehmen, ist mindestens eine Verzögerungszeit  $\tau$  nötig, welche größer ist als die Kohärenzzeit des Lasers. Das an der Photodiode detektierte elektrische Feld ergibt sich somit aus der Summe der beiden Teilstrahlen:

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) \quad (64)$$

Demnach ergibt sich die Gesamtintensität zu:

$$I(t) = |E(t)|^2 = |E_1(t)|^2 + |E_2(t)|^2 + 2E_1(t)E_2(t) \quad (65)$$

Nach dem Wiener-Kintchine-Theorem ergibt sich das Spektrum des Schwebungssignals aus der Fouriertransformation der Autokorrelationsfunktion der Intensität. Somit folgt:

$$S_I(\omega) = \mathcal{F}\langle I(t)I(t + \tau) \rangle. \quad (66)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (65) in (66) kann gezeigt werden, dass nur  $I_x(t) = 2E_1(t)E_2(t)$  zum Schwebungssignal beitragen. Die übrigen Terme verschwinden oder liefern lediglich ein Hintergrundsignal, welches zu vernachlässigen ist. Das Spektrum des Schwebungssignals ergibt sich zu

$$\begin{aligned} S_{I_x}(\omega) &= \mathcal{F}\langle I_x(t)I_x(t + \tau) \rangle \\ &= \mathcal{F}\langle 2E_1(t)E_2(t)2E_1(t + \tau)E_2(t + \tau) \rangle \\ &= 4\mathcal{F}\langle E_1(t)E_2(t)E_1(t + \tau)E_2(t + \tau) \rangle \end{aligned} \quad (67)$$

Da die beiden Strahlen als unabhängig von einander angenommen werden, folgt aus Gleichung (67)

$$\begin{aligned} S_{I_x}(\omega) &= 4\mathcal{F}\langle E_1(t)E_1(t + \tau) \rangle \langle E_2(t)E_2(t + \tau) \rangle \\ &= \frac{2}{\pi} (\mathcal{F}\langle E_1(t)E_1(t + \tau) \rangle * \langle E_2(t)E_2(t + \tau) \rangle) (\omega) \\ &\propto (S_{E_1} * S_{E_2})(\omega) \end{aligned} \quad (68)$$

Hierbei wurde ausgenutzt, dass sich der Mittelwert eines Produkts von unabhängigen Zufallsprozessen auch als Produkt der einzelnen Mittelwerte darstellen lässt. Zu dem wurde der Faltungssatz angewendet.

Das gesuchte Spektrum ergibt sich also aus der Faltung der Spektren der beiden Teilstrahlen. Das Spektrum besitzt nicht zwingend die gleiche Form wie das Spektrum des zu untersuchenden Lasers. Im weiteren soll nun ein Voigt-förmiges Laserspektrum (siehe Abschnitt 1.4.3) für die beiden Teilstrahlen angenommen werden. Für das Spektrum der beiden Teilstrahlen wird daher

$$S_{E_j}(\omega) = (S_{\text{Gauß}_j} * S_{\text{Lorentz}_j})(\omega) \quad (70)$$

mit  $j \in \{1, 2\}$  angenommen. Anwendung des Faltungssatzes führt mit Gleichung (69) auf das Spektrum des Schwebungssignals:

$$S_{I_x}(\omega) \propto [(S_{\text{Gau1}} * S_{\text{Gau2}}) * (S_{\text{Lorentz1}} * S_{\text{Lorentz2}})](\omega). \quad (71)$$

Zudem kann gezeigt werden, dass die Faltung zweier Gauß- oder Lorentzkurven forminvariant ist, also wieder auf Gauß- bzw. Lorentzkurven führt. Demnach führt auch die Faltung zweier Voigtprofile wieder auf eine Voigtkurve. Es bleibt noch zu diskutieren, wie dann die Linienbreite des gemessenen Spektrums von der tatsächlichen Linienbreite des Lasers abhängt. Dazu wird zunächst das lorentzförmige Spektrum betrachtet. Dabei gilt:

$$\mathcal{F}(S)(t) = \mathcal{F}(S_{E_1})(t) \cdot \mathcal{F}(S_{E_2})(t) = \mathcal{F} \frac{(\Delta\omega)^2}{\omega^2 + (\Delta\omega)^2} \quad (72)$$

Die Faltung zweier Lorentzkurven gleicher Breite führt auf eine Lorentzkurve mit doppelter Linienbreite. Analog lässt sich zeigen, dass sich für die Faltung zweier gleich breiter Gaußprofile eine Gaußkurve mit  $\sqrt{2}$ -fach breiterer Halbwertsbreite ergibt.

Für das Spektrum des Schwebungssignals unter der Annahme eines voigtförmigen Laserspektrums ergibt sich also eine Voigtkurve, deren Gaußanteil  $\sqrt{2}$ -mal breiter ist und eine doppelt so breiten Lorentzanteil besitzt. Die Größen  $\Delta\omega_{\text{Gauß}}$  und  $\Delta\omega_{\text{Lorentz}}$

können aus den Messdaten dann durch einen entsprechenden Fit bestimmt werden. Für die Linienbreite des Lasers folgt mit Gleichung (63):

$$\Delta\omega = 0,5346 \frac{\Delta\omega_{\text{Lorentz}}}{2} + \sqrt{0,2165975 \left(\frac{\Delta\omega_{\text{Lorentz}}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\omega_{\text{Gauß}}}{\sqrt{2}}\right)^2} \quad (73)$$

An dieser Stelle ist es wichtig zu erwähnen, dass die Messung auf Grund der Limitierung durch die Faserlänge  $l$  nur die Linienbreite auf einer Zeitskala von  $l/c$  mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  messen kann. Die Auflösungsgrenze ist zudem ebenfalls durch die Faserlänge über  $c/l$  limitiert. Soll beobachtet werden, ob der Laser auch langfristig frequenzstabil bleibt, müsste hier eine entsprechend lange Verzögerungsfaser verwendet werden. Besitzt ein Laser eine Linienbreite, die kleiner ist als das Auflösungsvermögen, so lässt sich anhand dieser Methode keine genaue Aussage mehr über die tatsächliche Linienbreite treffen. Auch für den Fall von Verzögerungszeiten kürzer als die Kohärenzzeit des Lasers kann das Schwebungssignal noch Aufschluss über die Linienbreite geben, siehe [19].

### 1.5.2 Beat-Note Messung

Die Beat-Note Messung kann analog zur selbstheterodynen Messung betrachtet werden. Der Unterschied besteht darin, dass der Laser nicht mit sich selbst überlagert wird sondern an Stelle des verzögerten Strahls ein zweiter Laser gleicher Wellenlänge verwendet wird. Die Behandlung des Schwebungssignals läuft analog, jedoch mit dem Unterschied, dass die Parameter des einen Teilstrahls stets bekannt sind. So kann später aus dem gemessenen Spektrum auf die Linienbreite des unbekanntes Lasers zurückgerechnet werden. Zu Beginn der Arbeit gab es die Überlegung, ob eine solche Messung mit drei gänzlich unbekanntes Lasern durchgeführt werden kann. Dabei müsste das Spektrum der Schwebung von je zwei Lasern miteinander für alle drei Variationen durchgemessen werden. Anschließend ergibt sich so ein Gleichungssystem, aus dem zumindest nach ersten Überlegungen die Linienbreiten aller Laser bestimmt werden können. Da der zeitliche Rahmen der Arbeit jedoch für diese zusätzliche Messung nicht gegeben war, soll hier auch nicht länger auf diese Methode eingegangen werden.

## 2 Experimenteller Aufbau

Im folgenden Kapitel werden die Aufbauten zur Stabilisierung eines 1018 nm Lasers auf einen 780 nm Masterlaser über eine Transfer-Cavity erläutert. Bei den Lasern handelt es sich dabei um DL pro Laser der Firma Toptica [18]. Das Design der verwendeten Transfer-Cavity wird in der Arbeit von Christian Tomschitz [21] näher beschrieben.

### 2.1 Aufbau der selbstheterodynen Messung

Der Aufbau des Mess-Setups für die selbstheterodyne Linienbreitenmessung mit einer 10 km langen Verzögerungsfaser ist in Abbildung 11 zu sehen. Im Vergleich zum in Abbildung 10 aufgezeigten Schema enthält der tatsächliche Aufbau noch einige zusätzliche Komponenten, auf deren Funktion hier kurz eingegangen werden soll. Das Licht des zu vermessenden Lasers wird jeweils über eine polarisationserhaltende Faser als linear polarisiertes Licht in das Setup eingekoppelt. Der Strahl wird am



ersten Polarisationsstrahlteiler (kurz PBS) in die beiden Teilstrahlen des Interferometers aufgeteilt. Über Drehung des  $\lambda/2$ -Plättchen kann das Intensitätsverhältnis der beiden Teilstrahlen eingestellt werden. Der untere Teilstrahl wird über einen Spiegel in die 10.524 km lange Verzögerungsfaser eingekoppelt. Diese ist für Wellenlänge zwischen 1310 nm und 1355 nm ausgelegt. Daher sind die restlichen optischen Komponenten einschließlich der Photodiode für eine Wellenlänge von 780 nm optimiert, um die hohen Verluste durch die Faser im Fall des 780 nm Lasers zu kompensieren. Im Fall des 1018 nm Lasers können die dann auftretenden Verluste an den optischen Komponenten und die geringe Sensibilität der Photodiode auf Grund der viel geringeren Dämpfung durch die Faser vernachlässigt werden.

Der obere Teilstrahl führt durch einen akusto-optischen Modulator (AOM). Dieser besteht aus einem Kristall, in dem durch eine akustische Schwingung eine periodisch lokale Änderung des Brechungsindex verursacht wird. Der so schwingende Kristall wirkt dann als ein optisches Gitter, sodass die Frequenz der ersten Beugungsordnung um die Schwingungsfrequenz des AOM (80 MHz) verschoben wird. Beide Teilstrahlen werden anschließend über einen weiteren PBS wieder miteinander überlagert. Die Intensität des Lichts aus der Faser wird dabei wieder durch ein  $\lambda/2$ -Plättchen eingestellt. Die Irisblende schneidet alle bis auf die erste Ordnung ab. Über eine Linse werden die beiden überlagerten Strahlen dann auf den Chip einer PDA10A2 Photodiode der Firma Thorlabs fokussiert. Diese besitzt eine Bandbreite von 150 MHz und ist daher in der Lage die Trägerfrequenz des AOMs aufzulösen. Der PBS vor der Photodiode befindet sich in  $45^\circ$ -Stellung, sodass der Transmissionsanteil beider Strahlen dann die gleiche Polarisation besitzt. Dadurch können die beiden Strahlen miteinander interferieren. Dabei treten Verluste von jeweils 50% auf. Zusätzlich ist zu beachten, dass beide Teilstrahlen am Ende in etwa die selbe Intensität besitzen. Die Betrachtung des Interferenzkontrasts

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (74)$$

zeigt, dass das Schwebungssignal für gleiche Intensitäten maximal wird, solange  $I_{\max}$  und  $I_{\min}$  als konstant angenommen werden. Auf Grund der hohen Verluste in der langen Faser muss ein großer Anteil der Leistung in die Faser gekoppelt werden. Um die Intensität weiter anzupassen, können zudem ND-Filter (Neutraldichtefilter) verwendet werden.

## 2.2 Transfer-Cavity

In Abbildung 12 ist schematisch der Aufbau der Transfercavity zur Stabilisierung des 1018 nm Lasers aufgezeigt. Von der linken Seite des Aufbaus wird der 780 nm Masterlaser ins Setup eingekoppelt. Über den ersten PBS wird ein Teil des Lichts für die Linienbreitenmessung abgezweigt und anschließend über zwei Spiegel in eine Faser eingekoppelt. Das restliche Licht wird über einen weiteren PBS in Richtung Cavity geleitet. Dieser erlaubt es später den selben Strahlengang zur Betrachtung der Rückreflexion an der Cavity zu verwenden. Über eine Linse der Brennweite  $f = 300$  mm wird das Strahlprofil an die Cavity angepasst, so dass möglichst nur die Grundmode verstärkt wird.

Vom oberen rechten Rand des Aufbaus wird der 1018 nm Laser über eine Faser eingekoppelt. Auch hier wird mit einem PBS ein Abzweig aufgebaut, der über eine Faser zur Linienbreitenmessung führt. Der Hauptzweig wird in einen EOM der

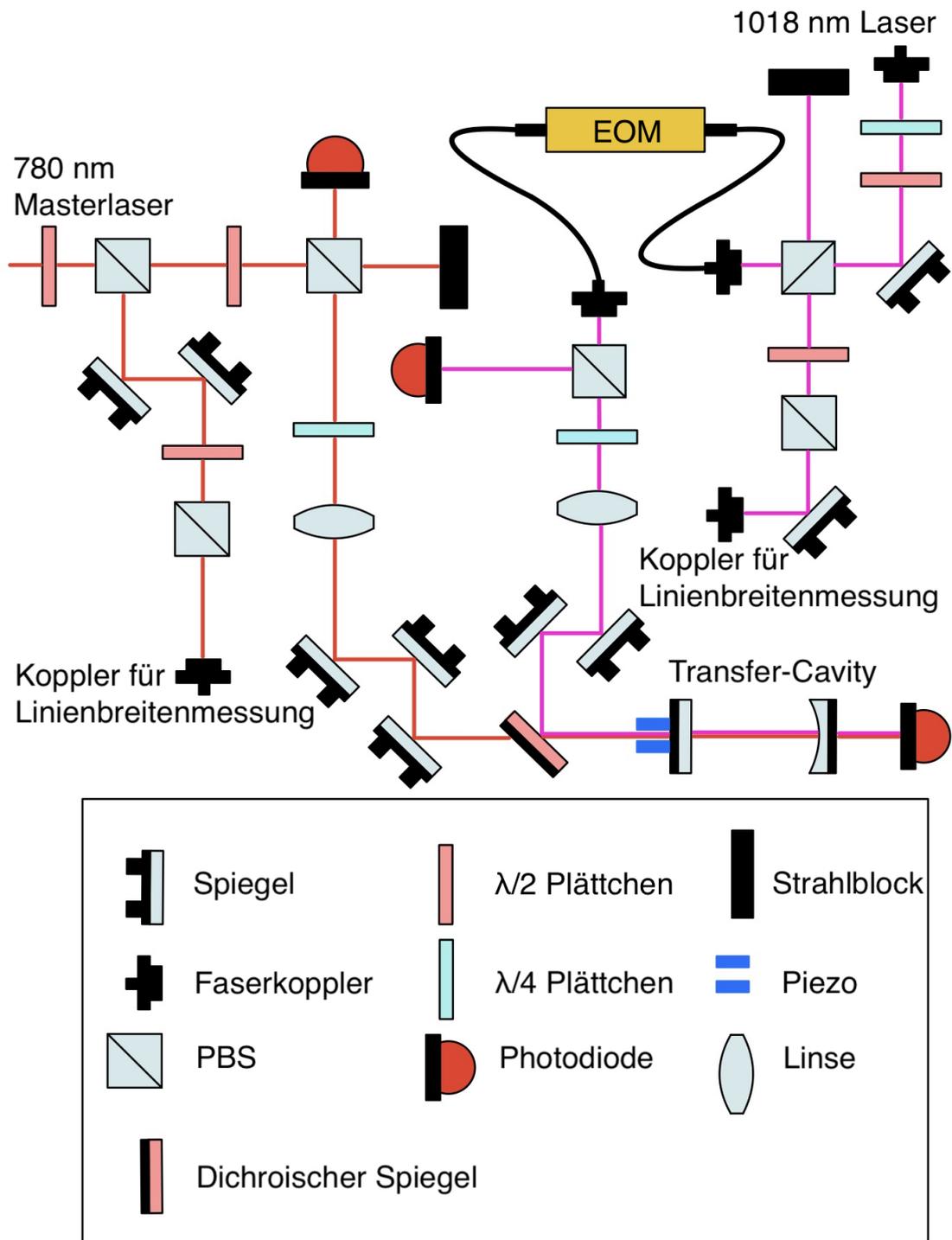


Abbildung 12: Schematischer Aufbau der Optik für die Stabilisierung einer Transfer-Cavity. Die Linse im Strahlengang des 780 nm Lasers besitzt eine Brennweite von 300 mm, die im Strahlengang des 1018 nm Lasers besitzt eine Brennweite von 250 mm.

Firma iXblue PHOTONICS (NIR-MPX-LN-02) eingekoppelt, der für die Seitenbandmodulation zur Erzeugung des PDH-Signals benötigt wird. Zudem kann dieser später auch verwendet werden, um den gelockten Laser in der Frequenz zu schieben. Nach dem EOM wird der Strahl mit einem Faserkoppler ausgekoppelt und analog zum Masterlaser über eine Linse der Brennweite  $f = 250$  mm an die Cavity angepasst. Über einen Dichroischen Spiegel können die beiden Strahlen unterschiedlicher Wellenlänge überlagert in die Cavity eingekoppelt werden. Diese wird zunächst ohne Spiegel und unter Verwendung von Irisblenden so im Strahl platziert, dass beide Strahlen möglichst gut überlagert durch die Cavity laufen. Anschließend wird zunächst der hintere Spiegel montiert und so justiert, dass eingehender Strahl und Reflex perfekt überlagert sind. Analog dazu wird der vordere Spiegel montiert. Die Photodioden werden so platziert, dass die Reflexionen bzw. Transmissionen optimal detektiert werden können. Der vordere Cavity-Spiegel ist mit einem Epoxy-Kleber direkt auf dem Piezo, mit dem die Cavity in ihrer Länge verändert werden soll, befestigt.

Zur Optimierung der Justage wird die Cavity durch Anlegen einer Spannungsrampe am Piezo gescannt, sodass ein Transmissionspektrum zu sehen ist. Im Anschluss wird so justiert, dass möglichst alle Moden außer die Hauptmode unterdrückt werden. Kann mit den Spiegeln keine weitere Verbesserung mehr erzielt werden, so können durch eine Irisblende in der Cavity, unerwünschte Moden weiter unterdrückt werden. Das Transmissionspektrum sollte dann dem in Abbildung 3 ähnlich sehen. Aus dem Aufbau der Cavity geht eine Finesse von 589 und eine Halbwertsbreite der Peaks von 1.7 MHz hervor. Im Aufbau wurden die schnellen Photodioden der Firma Thorlabs PDA10A2 (für 780 nm) und PDA05CF2 (für 1018 nm) verwendet, um die Peaks auflösen zu können. Diese sind verstärkt, mit  $50 \Omega$  abgeschlossen und haben eine Bandbreite von 150 MHz.

In Abbildung 13 ist zusätzlich schematisch der Aufbau der verwendeten Elektronik zu sehen. Bei denen im Aufbau mit RP bezeichneten Red Pitayas handelt es sich um netzwerkgebundene, FPGA-basierte Messboards der Firma STEMlab. FPGA steht für field-programmable gate array. Eine selbst programmierte und anwendungsspezifische Software wird über eine SD-Karte auf den FPGA geladen. Der Grundaufbau besteht aus HF Ein- und Ausgängen mit einer analogen Bandbreite von 200 MHz und 14 Bit Analog-Digital-, bzw. Digital-Analog-Wandlern. Durch entsprechende Programmierung können die RPs als Oszilloskop, Frequenzgenerator, Spektrumanalyser oder auch als PID-Controller verwendet werden, wodurch sie gut für den beschriebenen Aufbau geeignet sind. Darüber hinaus stellen sie eine kostengünstige Alternative zu herkömmlichen PIDs dar.

Im Aufbau der Transfer-Cavity werden drei RPs benötigt. Durch RP1 wird die Stabilisierung der Cavity mit Hilfe eines PI-Controllers realisiert. Daher wird das Transmissions- und Reflexionssignal des Masterlasers auf die Eingänge in1 und in2 gegeben. Das erzeugte Ausgangssignal wird über einen Verstärker an den Piezo der Cavity ausgegeben. Der Verstärker ist notwendig, da der Red Pitaya nur ein Ausgangssignal von  $\pm 1$  V ausgeben kann. Um die Cavity über einen Frequenzbereich von einer  $FSR$  zu scannen, muss die Länge um  $0.78 \mu\text{m}$  verändert werden. Aus dem Datenblatt des Piezos geht hervor, dass mit ein Spannungsbereich von  $\pm 15$  V über mehr als drei  $FSR$  gescannt werden kann [20]. Über das Modul RP2 wird der EOM gesteuert. Zusätzlich dient RP2 als Taktgeber für RP3, um die beiden

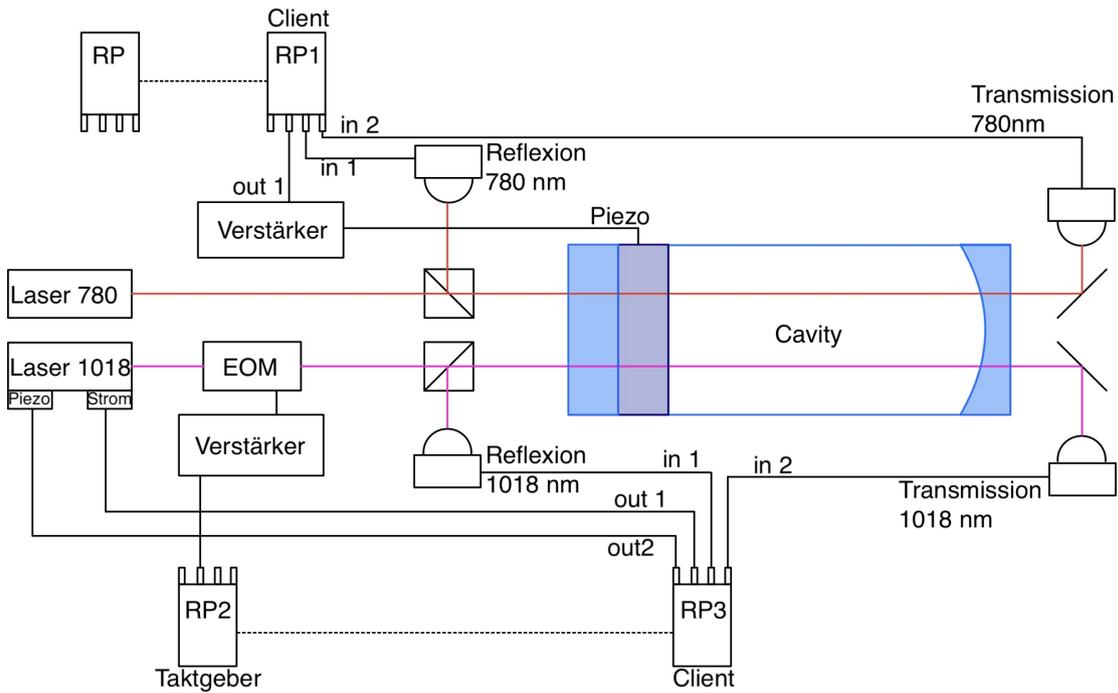


Abbildung 13: Schematische Darstellung der für die Stabilisierung der Transfer-Cavity verwendeten Elektronik.

Module zu synchronisieren. Dazu werden beide über ein SATA-Kabel miteinander verbunden. RP3 realisiert den Lock des 1018 nm Lasers. Er stellt je einen PI-Regler für die Rückkopplung an das Strommodul des Lasers und einen für den Piezo zur Verfügung. Auf Grund der Trägheit, die der Regelung über den Piezo zu Grunde liegt, besitzt das System also einen schnellen inneren Regelkreis über den Diodenstrom (Strom-Lock), der den Laser gegenüber Phasenrauschen stabilisiert und so für eine schmale Linienbreite sorgt und einen langsamen, äußeren Regelkreis über den Piezo (Piezo-Lock), der den Laser gegenüber thermischen Drifts stabilisiert. An die beiden Eingänge werden Transmissions- und Reflexionssignal des 1018 nm Lasers angeschlossen. Die beiden Ausgänge sind mit dem Strommodul und dem Piezo des Lasers verbunden, sodass dieser über die PI-Regler nachgesteuert werden kann. Für den PI-Regler des Piezo-Locks wird der Ausgang des PI-Reglers des Strom-Locks als Regelgröße verwendet. So wird gewährleistet, dass der Strom-Lock möglichst wenig regeln muss. Bei den verwendeten Lasern handelt es sich um die DLpro Variante der Firma Toptica. Der Hersteller gibt eine frei laufende Linienbreite von bis zu 500 kHz auf einer Zeitskala von 5  $\mu$ s an [18].

Die Red Pitayas sind über LAN-Kabel mit dem Netzwerk verbunden und können darüber gesteuert werden.

## 3 Messung und Auswertung

### 3.1 Vermessung des Masterlasers

Der 780 nm Masterlaser wird als erstes über eine selbstheterodyne Linienbreitenmessung charakterisiert. Dazu muss Licht aus einem Abzweig des Masterlasers über

eine Faser ins Mess-Setup eingekoppelt werden. Im Zuge dessen wird die Dämpfung der Verzögerungsfaser für den 780 nm Laser durch Intensitätsmessung mittels eines Powermeters vor und nach der Faser auf  $-27$  dB bestimmt. Dies entspricht einer Abschwächung um einen Faktor 500. Im weiteren ist daher darauf zu achten, dass der zweite Teilstrahl, welcher nur durch den AOM gekoppelt wird, auf eine ähnlich Intensität angeglichen wird. Dies wird durch die Verwendung von ND-Filtern realisiert. Das Schwebungssignal der beiden Teilstrahlen wird dann mit einem Oszilloskop mit 1 GHz Bandbreite aufgenommen und direkt fouriertransformiert. So kann die Schwankung der Linienbreite für verschiedene Lock-Parameter im Grunde in Echtzeit beobachtet werden.

Auf diese Weise wird zunächst eine Messung für den ungelockten Masterlaser aufgenommen. Zur Bestimmung der Linienbreite wird die Intensität jeweils normiert und das Frequenzzentrum des Spektrums auf die Null verschoben. Anschließend wird die Intensität gegen die relative Frequenz aufgetragen und ein Voigtprofil (siehe Abschnitt 1.4.3) an die Messdaten gefittet, wie in Abbildung 14 exemplarisch aufgezeigt.

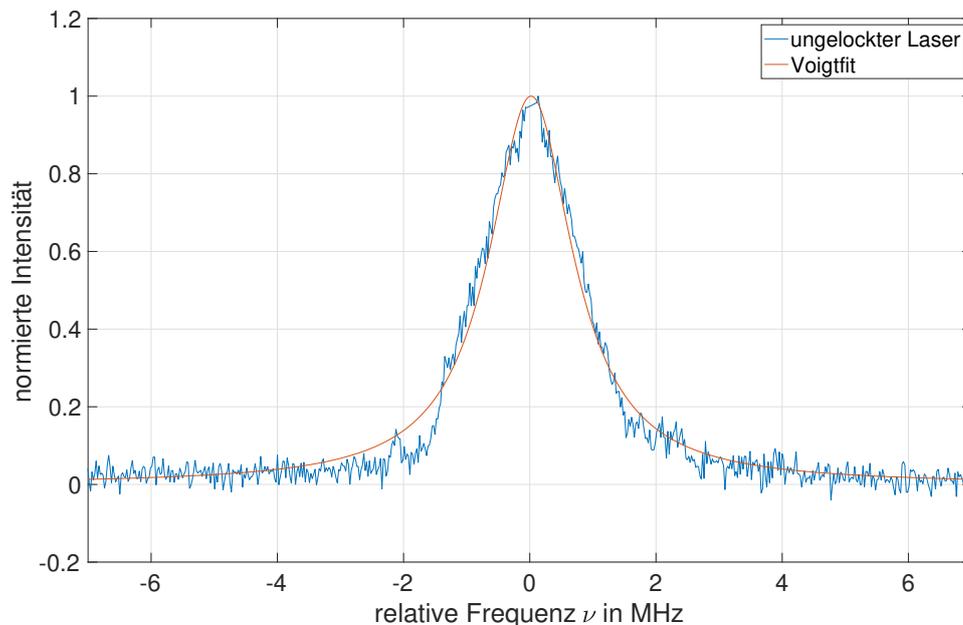


Abbildung 14: Normiertes Spektrum des ungelockten Masterlasers mit angepasstem Voigtprofil zur Bestimmung der Linienbreite.

Aus den Fitparametern kann anschließend über Gleichung (73) die Linienbreite des Lasers errechnet werden. Für den ungelockten Masterlaser ergibt sich somit eine Linienbreite von  $\Delta\nu = (811.7 \pm 12.4)$  kHz. Der Fehler folgt ebenfalls aus dem Fit. Die Fits werden für je fünf Messungen wiederholt und anschließend gemittelt. Für die 10.524 km lange Faser ergibt sich mit der Lichtgeschwindigkeit eine Aufkösungsgrenze von 28.5 kHz. Die hier gemessene Linienbreite liegt daher überhalb der Auflösungsgrenze.

Im Folgenden wird eine solche Messung systematisch zur Charakterisierung und Optimierung der Frequenzstabilisierung des Masterlasers durchgeführt. Die Zielsetzung der Messung besteht darin optimierte Parameter für die zum Locken verwen-

deten Regler zu finden um einen möglichst stabilen und schmalbandigen Laserlock zu ermöglichen. Dazu wird der Laser im ersten Schritt gelockt und im Anschluss jeweils der Wert eines Parameters variiert, während die anderen festgehalten werden. Bei den Parametern handelt es sich dabei jeweils um die Stellgrößen P und I, des Proportional- und des Integralteils der PI-Regler. An die so aufgenommenen und normierten Messdaten wird analog zum ungelockten Laser jeweils ein Voigtprofil angepasst, aus welchem dann die Linienbreite bestimmt werden kann. Im ersten Optimierungsschritt wird der Wert für den P-Regler des Stromlocks bei festgehaltenem I variiert. In Abbildung 15 sind beispielhaft einige der aufgenommenen Spektren mit den entsprechend angepassten Voigtfits zu sehen.

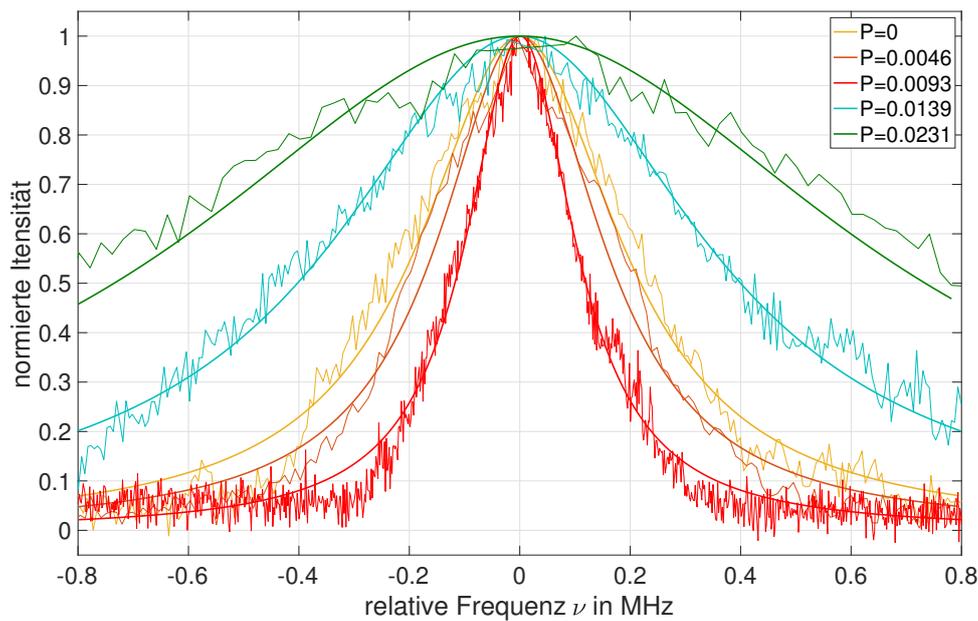


Abbildung 15: Normierte Spektren des Schwebungssignals für unterschiedliche Parameter des P-Reglers des Stromlocks, für I festgehalten bei 1000, mit angepassten Voigtprofilen zur Bestimmung der Linienbreite.

Die sich aus den Fits ergebenden Linienbreiten können dann über dem variierten Parameter aufgetragen werden, um ein Optimum zu identifizieren. Eine solche Auftragung ist in Abbildung 16 dargestellt.

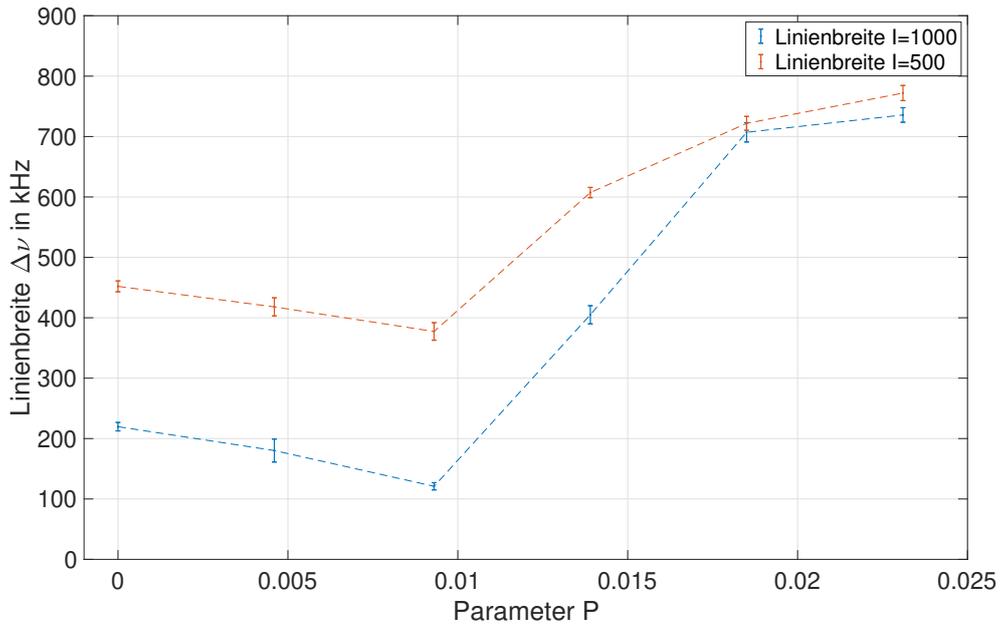


Abbildung 16: Linienbreiten des Masterlasers aufgetragen über dem Parameter des P-Regelanteils des Stromlocks für festgehaltenes I.

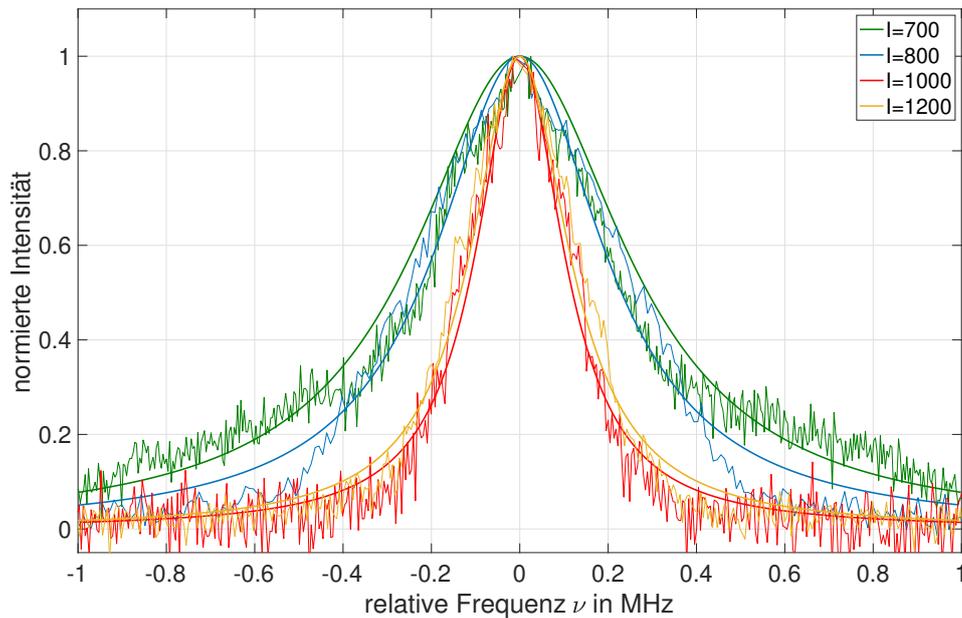


Abbildung 17: Normierte Spektren des Schwebungssignals für unterschiedliche Parameter des I-Reglers des Stromlocks, bei festgehaltenem P bei 0.0093, mit angepassten Voigtprofilen zur Bestimmung der Linienbreite.

Es ist deutlich zu erkennen, dass unabhängig vom festgehaltenen I-Wert ein Optimum bei  $P = 0.0093$  auftritt. Im nächsten Optimierungsschritt wird der I-Parameter bei festgehaltenem P-Wert variiert. In Abbildung 17 sind auch für diese Messung einige der Spektren mit den dazu angepassten Voigtprofilen dargestellt. Die aus den Fits berechneten Linienbreiten werden in Abbildung 18 wieder über den Parameterwert aufgetragen. Auch hier ist ein absolutes Minimum der Linien-

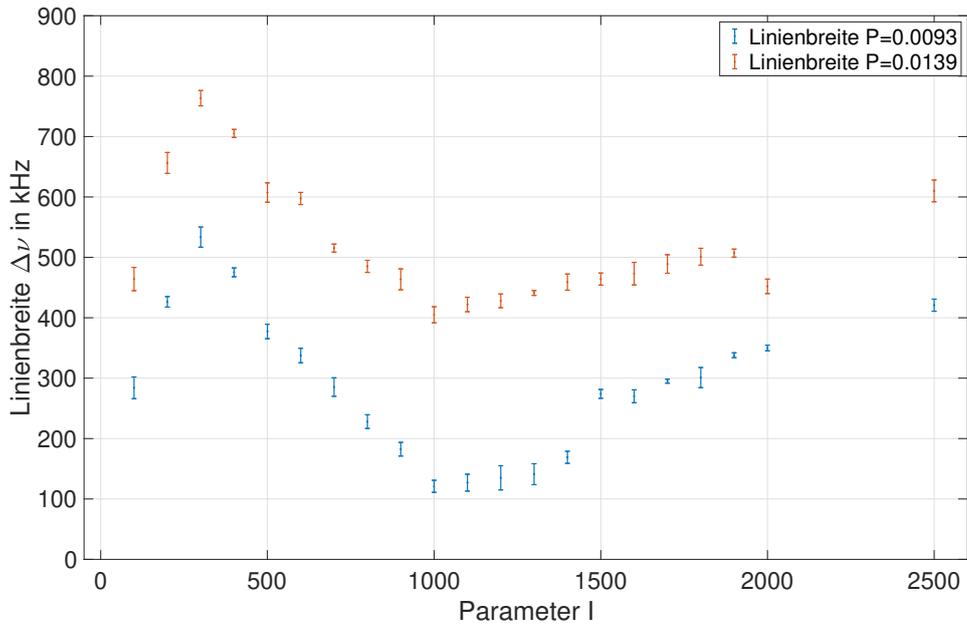


Abbildung 18: Linienbreiten des Masterlasers aufgetragen über dem Parameter des I-Regelanteils des Stromlocks für festgehaltenes P.

breite zu erkennen. Für kleine I-Werte beginnt die Linienbreite wieder kleiner zu werden. Da der P-Regler auf das zuvor gefundene Optimum eingestellt wurde, erzielt die zusätzliche Regelung über einen I-Teil nur dann eine weitere Verbesserung, wenn auch der I-Parameter im Bereich seines Optimums liegt. Für steigende I-Werte verschlechtert sich der Lock also zunächst gegenüber der reinen P-Regelung. Erst bei noch größeren I-Werten ab ca.  $I=800$  wird eine weitere Verbesserung der Linienbreite erzielt. Demnach ergeben sich aus der Charakterisierung des Masterlasers zunächst die folgenden Parameter:

- $P = 0.0093$
- $I = 1000$

Diese Lockparameter führen dann auf eine Linienbreite von  $\Delta\nu = (121.1 \pm 11.0)$  kHz. Die Parameter des zweiten PI-Controllers zur Regelung des Piezos, wurden bislang konstant bei

- $P = 0$
- $I = -0.0046$

gehalten. Bei späteren Messungen ergibt sich für die Variation dieser Werte keine weitere Optimierung der Linienbreite. Diese zusätzliche langsame Regelung über den Piezo sorgt jedoch dafür, dass der Strom-Lock möglichst wenig regeln muss. Das sorgt für zusätzliche Stabilität.

Wie bereits in Abschnitt 1.5.1 erwähnt, kann über die selbstheterodyne Linienbreitenmessung nur die Frequenzfluktuation auf einer Mikrosekunden-Zeitskala untersucht werden. Da mit dem Lasersystem zukünftig aber auch Langzeitmessungen durchgeführt werden sollen, ist eine Aussage über die Linienbreite auf einer etwas längeren Zeitskala, etwa im Sekundenbereich wünschenswert. Hierzu werden die folgenden Überlegungen und Messungen angestellt.

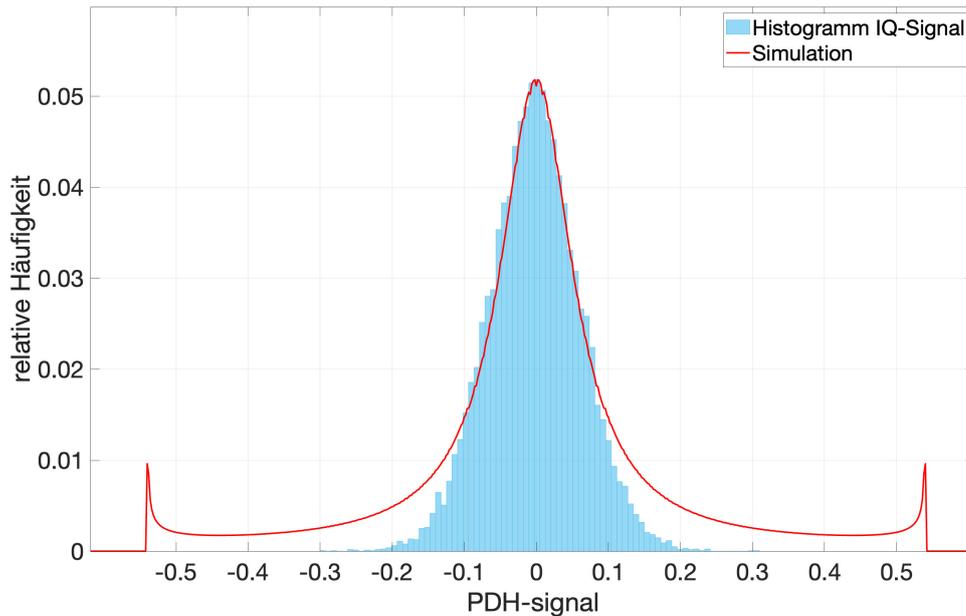


Abbildung 19: Histogramm des IQ-Signals des Masterlasers aufgenommen über 60 s und simuliertes Histogramm für ein lorentzförmiges Laserspektrum mit 100 kHz Linienbreite.

Da der Lock des Lasers digital angesteuert wird, kann auch das Rauschen des IQ-Signals also das Signal, welches während des Locks an den PID-Regler ausgegeben wird, aufgenommen werden. Über das PDH-Signal des Lasers kann ein Laserspektrum beliebiger Linienbreite gewichtet in die IQ-Skala umgerechnet werden. Dazu wird die Frequenzachse in Intervalle  $\Delta f_i = [f_i, f_{i+1})$  mit den Intervallmittelpunkten  $f_j$  eingeteilt. Anschließend wird für jedes Intervall die Fläche unter dem angenommenen Spektrum berechnet. Für hinreichend kleine Intervalle folgen die Flächen aus der Näherung  $F(\Delta f_i) = S(f_j)$ , wenn durch  $S(f)$  das angenommene Spektrum beschrieben wird. Zusätzlich kann nun jedem Mittelpunkt  $f_j$  ein Wert auf der PDH-Skala zugeordnet werden. Dieser entspricht dem Wert des PDH-Signals bei der Frequenz  $f_j$ . Werden nun die Flächen der Intervalle jeweils mit dem zugehörigen Wert auf der PDH-Skala multipliziert, so ergibt sich ein Histogramm, welches angibt wie oft welches Fehlersignal beim Lock angenommen werden muss, um das angenommene Laserspektrum zu erzeugen. Wird dieses simulierte Histogramm später mit dem tatsächlich gemessenen Histogramm des IQ-Signals verglichen, so kann die sich daraus ergebende Linienbreite des Lasers abgeschätzt werden. Dies ermöglicht es für beliebige Zeitskalen eine Abschätzung der Linienbreite anzugeben. Randbedingung dieser Methode ist die Abtastrate, mit der das IQ-Rauschen gemessen werden kann. Diese muss schneller sein als die Geschwindigkeit, mit der sich das Signal ändert. Die Red Pitayas haben eine Abtastrate von 125 MS/s und sind daher schnell genug.

In Abbildung 19 ist eine solche Messung für den Masterlaser aufgezeigt. Dieser befindet sich dabei im Lock mit den zuvor gefundenen Parametern. Das IQ-Rauschen wird über einen Zeitraum von 60 s aufgenommen. Die Linienbreite, die für das errechnete Vergleichshistogramm angenommen wurde beträgt 100 kHz, was zu einer recht guten Übereinstimmung mit dem tatsächlich gemessenen Histogramm führt. Der Laserlock scheint also auch auf einer größeren Zeitskala zu funktionieren.

### 3.1.1 Finesse der ULE-Cavity

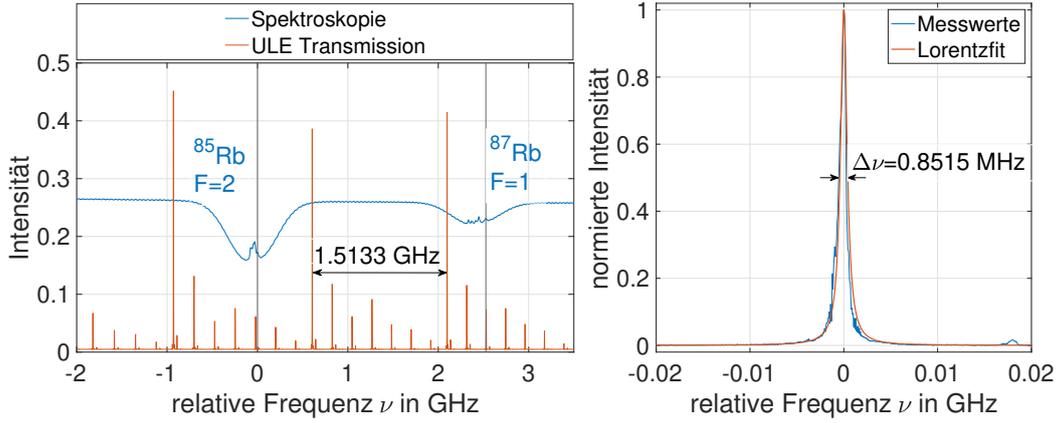


Abbildung 20: Transmissionsspektrum der ULE-Cavity mit Rubidium-Spektrum zur Berechnung der Frequenzachse links und einzelner Transmissionspeaks mit Lorentzfit rechts.

Neben der Linienbreitenmessung des Masterlasers wird die Finesse der ULE-Cavity bestimmt, auf die dieser stabilisiert wird. Dazu wird das Transmissionsspektrum der ULE-Cavity zeitgleich mit dem Rubidium-Spektrum als absolute Frequenzreferenz aufgenommen. Mit Hilfe des atomaren Spektrums kann dann die Frequenzachse berechnet werden. Dazu wird wie in Abbildung 20 zu sehen, der Abstand der Übergänge von  $^{85}\text{Rb } 5^2S_{1/2}, F = 2$  zu  $^{85}\text{Rb } 5^2P_{3/2}, F = 3$  und  $^{87}\text{Rb } 5^2S_{1/2}, F = 1$  zu  $^{87}\text{Rb } 5^2P_{3/2}, F = 2$  verwendet [5],[6]. Nun werden die Abstände der Transmissionspeaks (nur die Gaußmode) gemittelt, so dass sich eine  $FSR$  von  $(1.513 \pm 0.088)$  GHz ergibt. Zudem wird über einen Lorentzfit die Linienbreite der Peaks bestimmt und ebenfalls der Mittelwert gebildet. Dabei ergibt sich  $\Delta\nu = (0.8515 \pm 0.0066)$  MHz. Somit folgt über Gleichung (9) eine Finesse von  $\mathcal{F} = 1777$  für die ULE-Cavity. Aus den Spiegelreflektivitäten der ULE von  $r = 0.9989$  ergibt sich eine theoretische Finesse von  $\mathcal{F} = 1427$ . In einer letzten Messung für Masterlaser und ULE-Cavity wird das erzeugte PDH-Fehlersignal aufgenommen um es mit dem für die ULE berechneten Signal zu vergleichen. Die Einheit des PDH-Signals ist dabei stets eine digitale Größe. Wie in Abbildung 21 zu sehen stimmen gemessenes und berechnetes Signal gut überein. In die Berechnung des PDH-Signals fließen die Reflektivitäten der Cavityspiegel, die  $FSR$  und die Modulationsfrequenz mit ein.

## 3.2 Vermessung des Rydberglasers (1018 nm)

Für die Stabilisierung des Rydberglasers wurde zunächst die in Abschnitt 2.2 erläuterte Transfer-Cavity aufgebaut. In diesem Abschnitt wird also sowohl versucht die Cavity zu charakterisieren, als auch der später darauf gelockte 1018 nm Laser. Dazu wird in einer ersten Messung der Laser auf die nicht stabilisierte, also thermischen Einflüssen unterliegende Cavity gelockt. Dabei wird analog zum Masterlaser versucht Parameter für einen stabilen Laserlock mit schmaler Linienbreite zu finden. Die gemessenen Linienbreiten sind in Abbildung 22 über den jeweils variierte Parametern für P- und I-Regler des Strom-Locks aufgetragen.

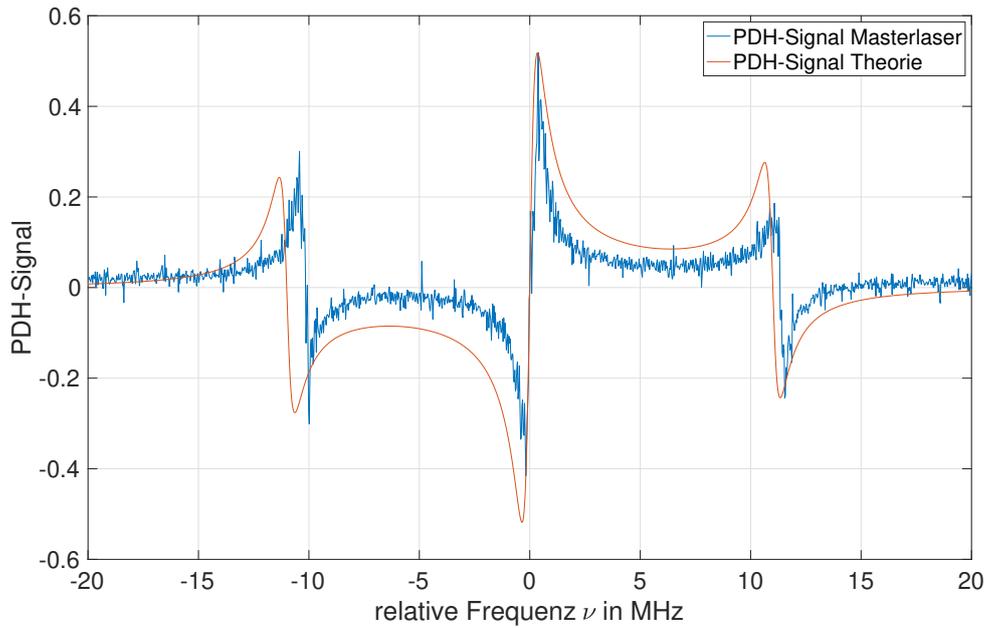


Abbildung 21: Gemessenes und berechnetes Fehlersignal des Masterlasers erzeugt aus dem Reflexionssignal der ULE-Cavity. Die Spiegelreflektivitäten der ULE sind  $r = 0.9989$ .

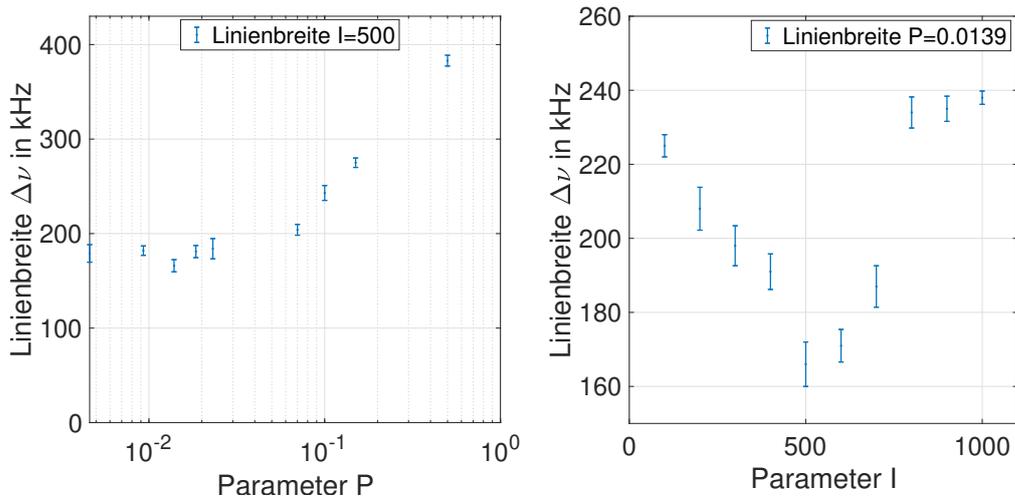


Abbildung 22: Linienbreiten des 1018 nm Lasers gelockt auf die ungelockte Transfer-Cavity, aufgetragen gegen die variierten Regler-Parameter des Strom-Locks.

Wie auch schon beim Masterlaser werden im ersten Optimierungsschritt nur die Parameter des Strom-Locks variiert, während für den Piezo-Lock die Werte

- $P = 0$
- $I = -0.0046$

festgehalten werden. Aus Abbildung 22 ergibt sich somit ein vorläufiges Optimum der Linienbreite für die Lockparameter

- $P = 0.0139$
- $I = 500$

Diese führen zu einer Linienbreite von  $(166 \pm 13)$  kHz. Da die anschließende Variation der Parameter des Piezo-Locks keine weitere Verbesserung ergibt, werden im

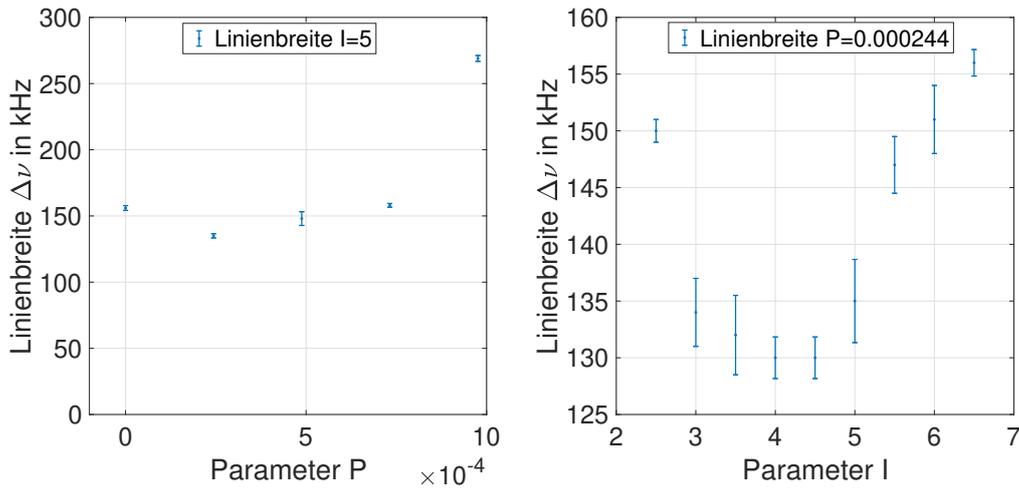


Abbildung 23: Linienbreiten des 1018 nm Lasers in Abhängigkeit der Parameter des Cavity-Locks.

folgenden die oben genannten Einstellungen verwendet. Im nächsten Schritt wird nun auch die Transfercavity mit zunächst beliebigen Parametern gelockt. Auf diese wird dann wieder der 1018 nm Laser stabilisiert, sodass im Anschluss die Parameter des Cavity-Locks variiert und die sich ergebenden Linienbreiten mit denen der ungelockten Cavity verglichen werden können. Die Stabilisierung der Cavity wird nur mit Hilfe eines Piezos realisiert, welcher die Länge der Cavity entsprechend verändert. Daher ist auch nur ein PI-Regler notwendig, dessen Parameter untersucht werden sollen. Abbildung 23 zeigt die hierbei gemessenen Linienbreiten in Abhängigkeit vom Cavity-Lock. Der Cavity-Lock ist deutlich instabiler gegenüber äußeren Einflüssen. So kann beispielsweise nicht am Tisch gearbeitet werden, wenn sichergestellt werden soll, dass die Cavity im Lock bleibt.

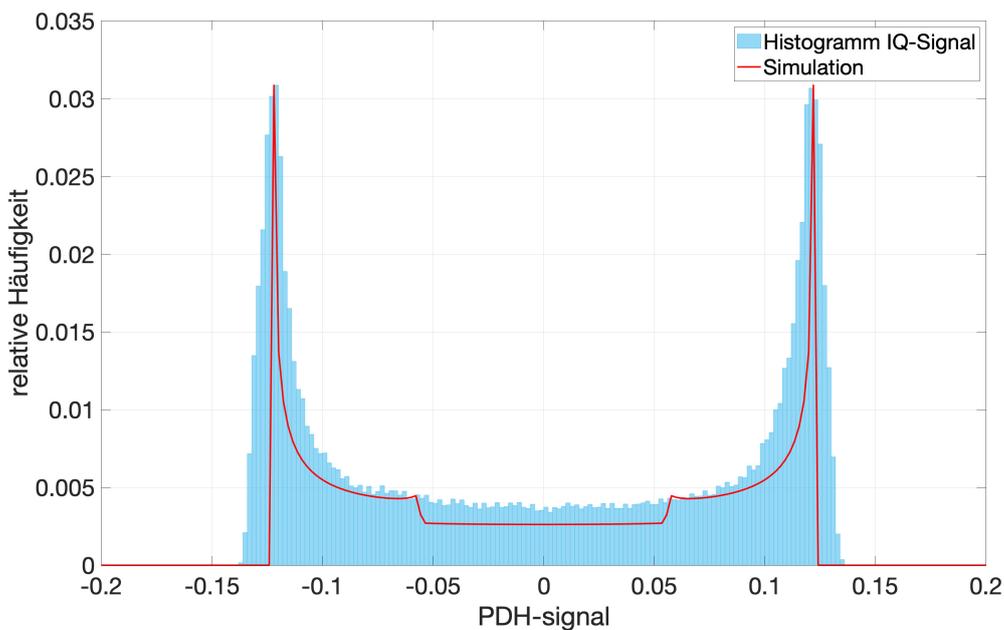


Abbildung 24: Histogramm des IQ-Signals des Transfer-Cavity-Locks aufgenommen über 60s und simuliertes Histogramm für ein lorentzförmiges Spektrum.

Es ergibt sich ein Optimum der Linienbreite für die folgenden Parameter

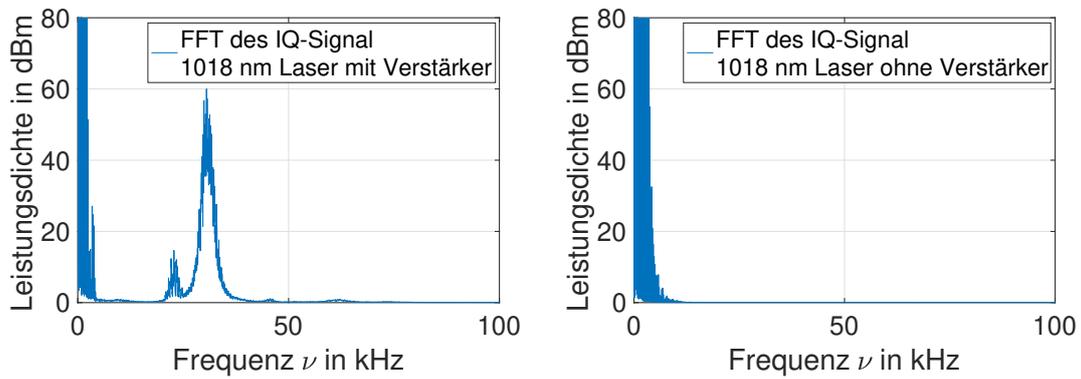


Abbildung 25: Frequenzspektrum des IQ-Signals des 1018 nm Lasers mit und ohne angeschlossenen Verstärker

- $P = 0.000\ 244$

- $I = 5$

Für die Linienbreite des stabilisierten Lasers ergibt sich somit eine Linienbreite von  $(130 \pm 11)$  kHz. Dies entspricht einer Verbesserung der kurzzeitigen Linienebreite um 36 kHz gegenüber der ungelockten Cavity. Um den Cavity-Lock genauer zu charakterisieren, wird analog zum Masterlaser das IQ-Signal während des Locks aufgenommen und mit einem simulierten Histogramm verglichen. Aus Abbildung 24 ist ersichtlich, dass sich das IQ-Signal ständig am Rand des Regelbereichs befindet. Die für die Simulation angenommene Linienbreite des Lorentzspektrums beträgt hier 1.2 MHz. Daher wird noch ein grundlegender Fehler im Aufbau oder der Elektronik vermutet, wodurch der Cavity-Lock aktiv gestört wird. Um die Fehlerquelle zu finden wird mit dem im Red Pitaya integrierten Spektrumanalyzer ein Frequenzspektrum für das IQ-Signal des auf die Cavity gelockten Lasers aufgenommen.

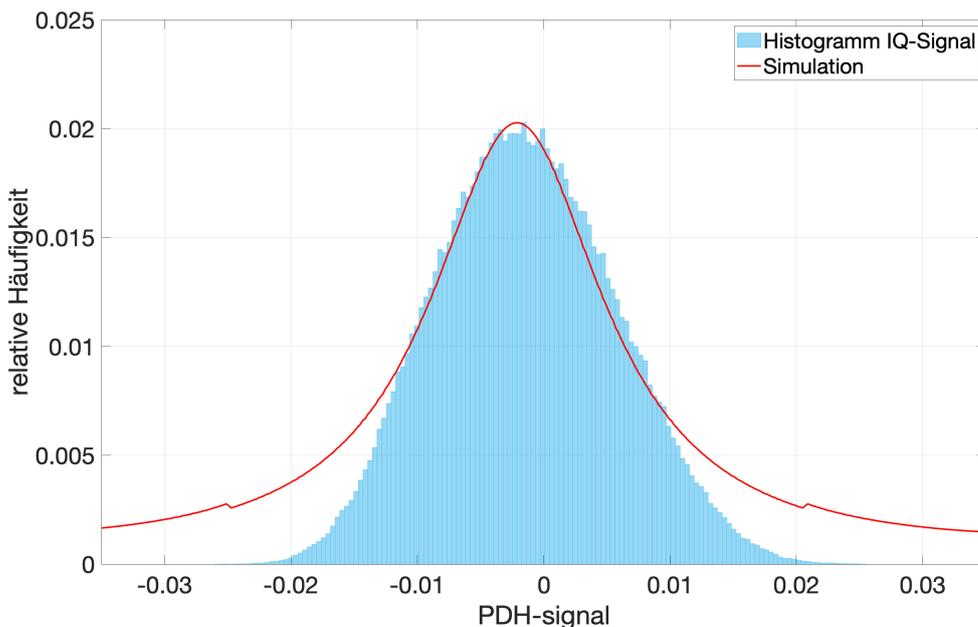


Abbildung 26: Histogramm des IQ-Signals des Transfer-Cavity-Locks ohne Verstärker zwischen Red Pitaya und Piezo, aufgenommen über 60 s und simuliertes Histogramm für ein lorentzförmiges Spektrum der Linienbreite 130 kHz. Lockparameter der Cavity:  $P = 0.000\ 244$ ,  $I = 4.5$ .

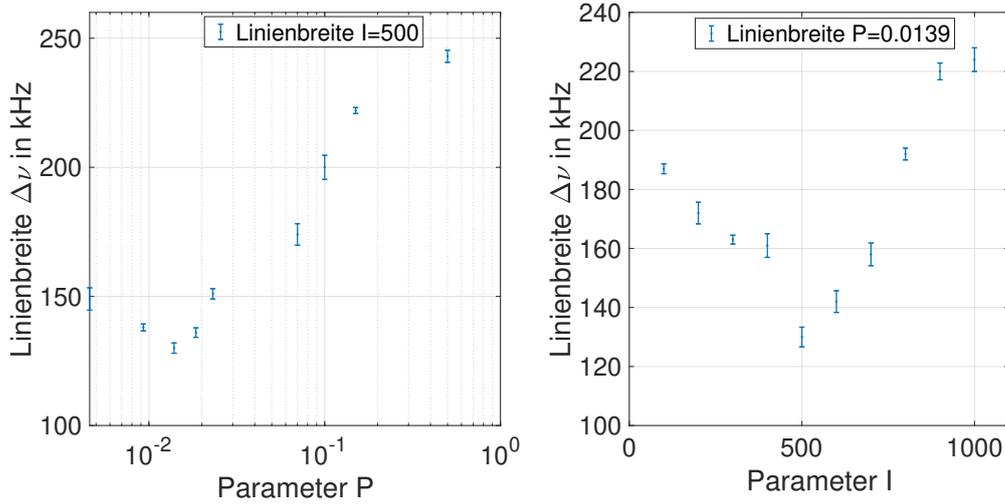


Abbildung 27: Linienbreiten des 1018 nm Lasers in Abhängigkeit der Parameter des Strom-Locks für eine gelockte Transfer-Cavity.

Die in Abbildung 25 zu erkennende 30 kHz Schwingung verschwindet, sobald der Verstärker zwischen Red Pitaya Ausgang und Piezo der Cavity entfernt wird. Dieses Verhalten ist auch in Abbildung 30 zu erkennen. Daher wurde zunächst davon ausgegangen, dass der Verstärker an sich diese Schwingung hervorruft. Allerdings stellt sich bei genauer Betrachtung heraus, dass der Ausgang des Red Pitaya die Schwingung erzeugt, die vom Verstärker mit verstärkt wird und so den Cavity-Lock stört. Wird der Red Pitaya im Anschluss direkt ohne Verstärker an den Piezo angeschlossen, die Cavity gelockt und erneut das IQ-Signal aufgenommen, so ergibt sich das in Abbildung 26 dargestellte Histogramm. Für die Simulation wird jetzt eine Linienbreite von 130 kHz angenommen. In einem dritten Optimierungsschritt wird der 1018 nm Laser auf die gelockte Cavity gelockt und erneut die Parameter für den Strom-Lock des Lasers variiert, um das zuvor gefundene Optimum zu verifizieren. In Abbildung 27 sind die dabei gemessenen Linienbreiten dargestellt. Es ergibt sich für das System aus Transfer-Cavity und 1018 nm Laser ein Optimum der Linienbreite von  $(130 \pm 9)$  kHz für die Parameter:

- $P_{\text{Strom}} = 0.0139$
- $P_{\text{Piezo}} = 0$
- $P_{\text{Cavity}} = 0.000244$
- $I_{\text{Strom}} = 500$
- $I_{\text{Piezo}} = -0.0046$
- $I_{\text{Cavity}} = 4.5$

Um schließlich auch für den 1018 nm Laser eine Aussage über die Linienbreite auf einer größeren Zeitskala treffen zu können, wird auch hier das IQ-Signal untersucht. Für das in Abbildung 28 simulierte Histogramm wird eine Linienbreite von 140 kHz angenommen. Die Frequenzstabilisierung des Lasers auf die gelockte Transfer-Cavity funktioniert also hinreichend gut für spätere Experimente zur Anregung von Rubidiumatomen, da deren natürliche Linienbreite im MHz-Bereich liegt [5], [6]. Der Aufbau erlaubt noch einen weiteren Vorteil. Mit dem zur Modulation der Seitenbänder verwendete EOM kann der Laser in der Frequenz verschoben werden während er gelockt ist. So kann die Frequenz zum Beispiel an die Resonanz eines atomaren Übergangs angepasst werden, ohne dass der Laser driftet. Um zu untersuchen, ob die Verwendung dieser Funktion einen Einfluss auf den Lock, bzw auf die Linienbreite des Lasers besitzt, wird das System gelockt und die Linienbreite gemessen, während die Frequenz mit dem EOM geschoben wird.

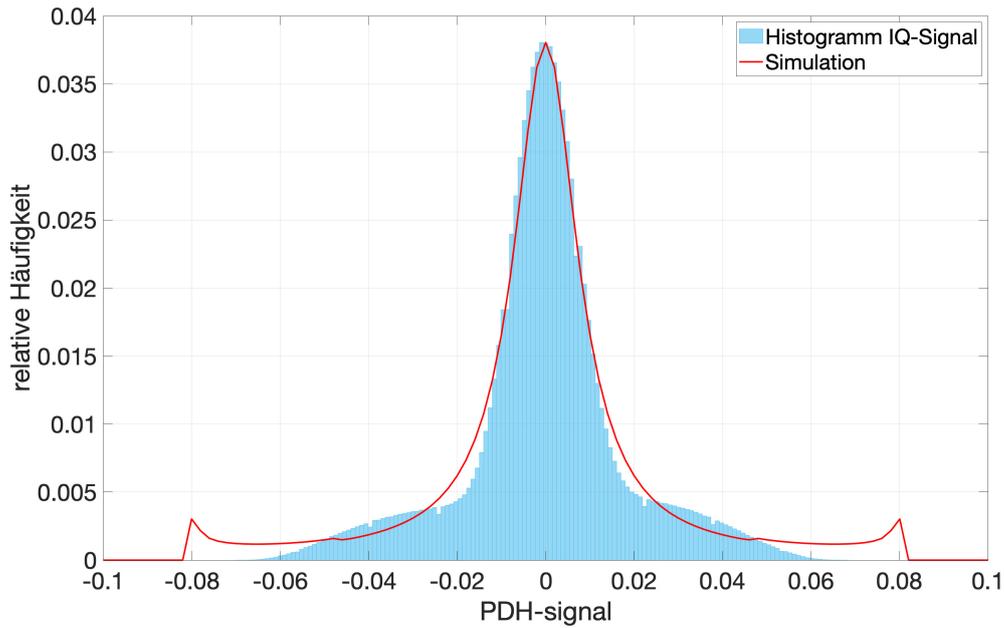


Abbildung 28: Histogramm des über 60s aufgenommenen IQ-Signals des 1018 nm Lasers und simuliertes Histogramm für ein lorentzförmiges Spektrum der Linienbreite 140 kHz. Lockparameter des Lasers:  $P_{\text{Strom}} = 0.0139$ ,  $I_{\text{Strom}} = 500$ ,  $P_{\text{Piezo}} = 0$ ,  $I_{\text{Piezo}} = -0.0046$ .

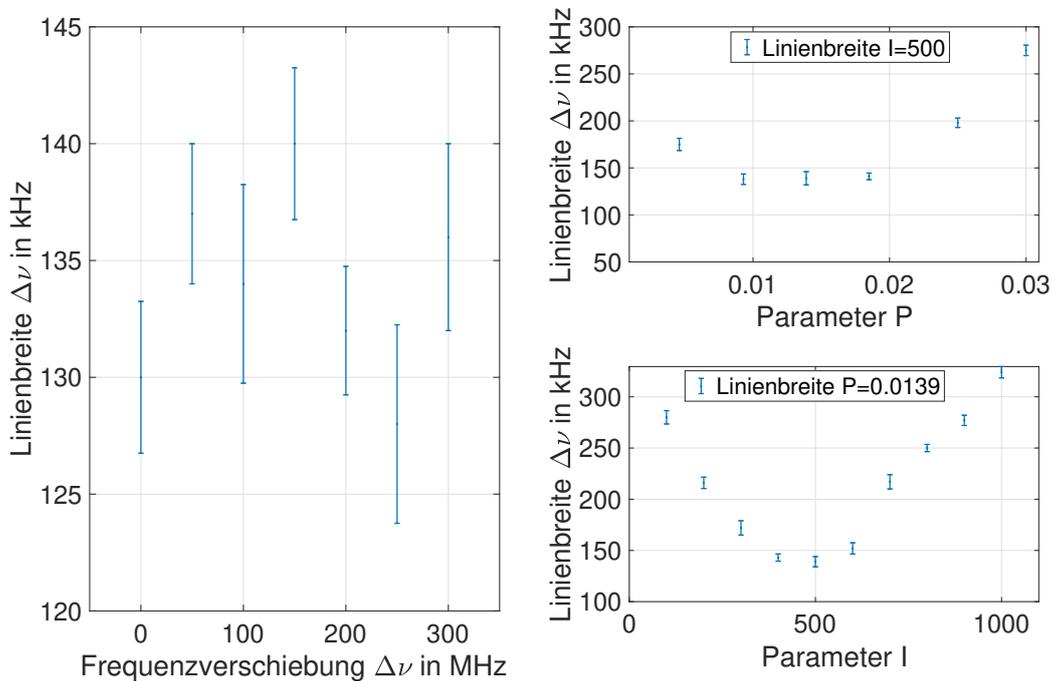


Abbildung 29: Linienbreite aufgetragen über der Frequenzverschiebung während Cavity und Laser mit den Parametern  $P_{\text{Strom}} = 0,0139$ ,  $I_{\text{Strom}} = 500$ ,  $P_{\text{Piezo}} = 0$ ,  $I_{\text{Piezo}} = -0,0046$ ,  $P_{\text{Cavity}} = 0,000244$ ,  $I_{\text{Cavity}} = 4,5$  gelockt sind links und Linienbreiten aufgetragen über den Parametern des Stromlocks des Lasers für eine Frequenzverschiebung von 200 MHz rechts.

Wie aus Abbildung 29 hervorgeht bleiben Lock und Linienbreite unbeeinflusst, wenn die Frequenz mit dem EOM variiert wird. Auch für die Transfercavity werden

die erzeugten Fehlersignale für den Masterlaser und den 1018 nm Lasers aufgenommen. Abbildung 30 zeigt die gemessenen und berechneten Signale. Als Spiegelreflektivität der Transfer-Cavity wird ein Wert von 0,997 angenommen.

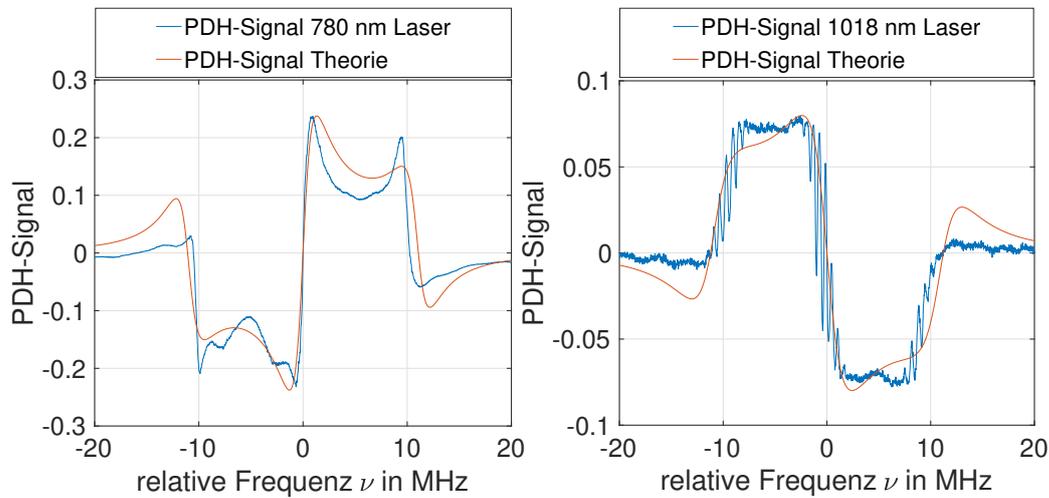


Abbildung 30: Berechnetes und gemessenes Fehlersignal der Transfer-Cavity für den Masterlaser links und für den 1018 nm Laser rechts. Es ist zu erkennen, dass das PDH-Signal des 1018 nm Lasers von einem Rauschen überlagert ist.

Auch für die Transfer-Cavity stimmen die Fehlersignale recht gut mit der Theorie überein. Allerdings sind in beiden Fällen die Seitenbänder nicht so deutlich zu erkennen. Dies liegt eventuell an der nicht optimalen Justage der Cavity. Die Signale sind jedoch ausreichend um für den Lock verwendet zu werden.

### 3.3 Luftdruckabhängigkeit eines Transfer-Cavity-Locks

In Abschnitt 1.3.5 wurde bereits eine Gleichung zur Beschreibung von Frequenzdrifts eines Transfer-Cavity-Locks für allgemeine Veränderungen der Umgebungsbedingungen hergeleitet. Im Folgenden soll damit abgeschätzt werden, in welcher Größenordnung der Laser in Abhängigkeit vom Luftdruck driftet. Die Abhängigkeit des Brechungsindex  $n$  vom Luftdruck  $p$  wird über die Edlén-Formel (44) beschrieben. In Abbildung 31 sind die Luftdruckschwankungen in Stuttgart im Verlauf eines Monats, so wie die nach Gleichung (43) berechnete Frequenzschwankung in Abhängigkeit der Druckschwankung dargestellt. Es ist ersichtlich, dass der Luftdruck nur sehr langsamen Änderungen unterliegt. Wird beispielsweise über die Dauer eines Experiments von einer maximalen Druckschwankung von 5 hPa ausgegangen, so führt dies zu einem Frequenzdrift von 1.5205 MHz. Unter Berücksichtigung der maximalen Druckdifferenz der Messwerten in Abbildung 31 von 34.1 hPa, ergibt sich ein Drift von 10.37 MHz. Da der Luftdruck nach Abbildung 31 auf einer Stundenskala aber deutlich konstanter bleibt, sind für die Dauern der meisten Experimente eher kleinere Drifts im Bereich einiger hundert kHz zu erwarten. Die natürliche Linienbreite von Rubidium liegt im Bereich von 5 bis 7 MHz. Die Stabilität des Transfer-Locks gegenüber dem Luftdruck ist also ausreichend.

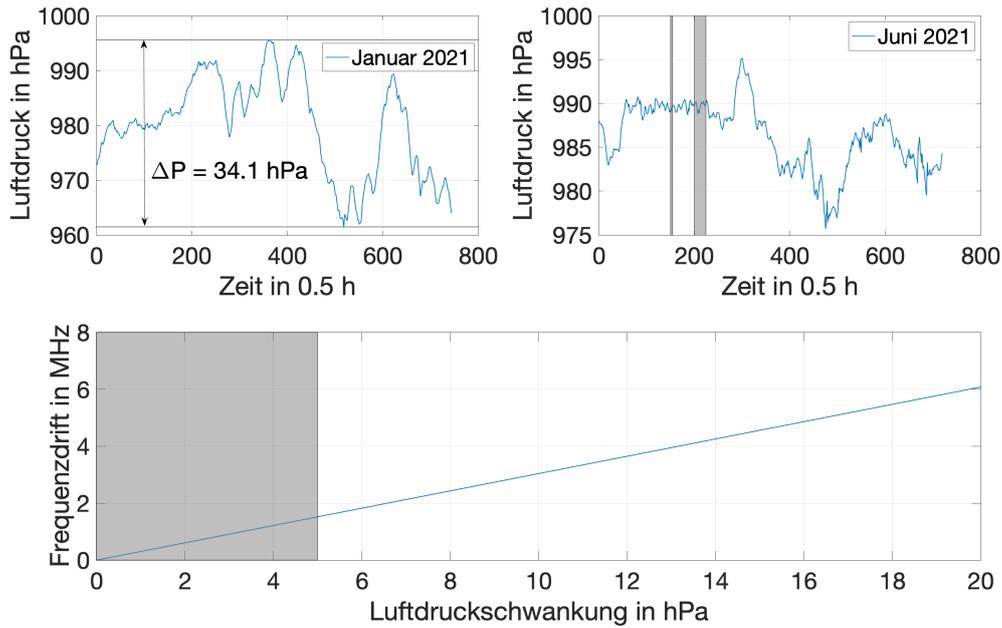


Abbildung 31: Oben: Monatsverlauf des Luftdrucks in Stuttgart gemessen im Januar und Juni 2021 [17]. Die grauen Bereiche kennzeichnen stellvertretend einen vier und einen 12 Stundenabschnitt, durch  $\Delta P$  ist die maximale Druckdifferenz gegeben. Unten: Über Gleichung (43) berechneter Frequenzdrift aufgetragen über der Luftdruckschwankung. Der grau hinterlegte Bereich kennzeichnet die üblicherweise zu erwartenden Werte.

Extreme Wetterlagen wie Gewitter oder schnelle Temperaturänderungen können jedoch zu größeren Drifts führen, da der Luftdruck dann um ein vielfaches schneller schwankt. Daher bietet es sich an, den Luftdruck über die Zeit der Messung mit aufzunehmen, um auftretende Schwankungen zu verifizieren. Sollte der Luftdruck während des Experiments stark schwanken, so kann die Messung bei konstanteren Bedingungen wiederholt werden. Alternativ kann berechnet werden wie die Messwerte korrigiert werden müssen.

Eine Alternative dazu wären Vakuumkammern, die um die Transfer-Cavities aufgebaut werden. Diese bieten nicht nur den Vorteil, dass die Luftdruckschwankungen unterdrückt werden. Auch Temperaturschwankungen werden reduziert, sodass weniger nachgeregelt werden muss. Der Lock wird also stabiler. Nachteil der Vakuumkammern ist, dass sie viel Platz des Experiments einnehmen. Zudem sind die Cavities nicht mehr so leicht zu erreichen, sollte nachjustiert werden müssen. Da die natürliche Linienbreite von Rubidium im Bereich einiger MHz liegt, erzielt das System auch ohne Vakuumkammern eine hinreichend gute Stabilität. Die Kammern werden also nur notwendig, wenn eine weitere Verbesserung erforderlich wird.

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Bachelorarbeit wurde ein vielseitiges und flexibles Lasersystem zur Frequenzstabilisierung mittels einer selbstheterodynem Linienbreitenmessung charakterisiert. Das Mess-Setup für die Linienbreitenmessung war bereits aufgebaut und musste für die benötigte Wellenlänge justiert werden. Das Lasersystem besteht aus einem, auf eine ULE-Cavity stabilisierten 780 nm Masterlaser, sowie Transfer-Cavities, die wiederum auf den Masterlaser gelockt werden. Der Masterlaser war ebenfalls bereits aufgebaut und wurde als erstes charakterisiert. Ziel der Charakterisierung war es optimierte Parameter für einen stabilen und schmalbandigen Laser-Lock zu finden. Dabei ergab sich für den Masterlaser eine Linienbreite von  $(121.1 \pm 11.0)$  kHz für die folgenden Parameter der beiden PI-Regler:

- $P_{\text{Strom}} = 0,0093$
- $I_{\text{Strom}} = 1000$
- $P_{\text{Piezo}} = 0$
- $I_{\text{Piezo}} = -0,0046$

Darüber hinaus wurde das IQ-Rauschen während dem Lock untersucht, um so eine Aussage über die Linienbreite auf einer Sekundenskala treffen zu können. Dabei ergab sich eine Linienbreite von 100 kHz. Zuletzt wurde für das System aus Masterlaser und ULE-Cavity die Finesse bestimmt. Dabei wurde das atomare Spektrum von Rubidium zur Kalibrierung der Frequenzachse verwendet. Für die Finesse ergab sich so ein Wert von  $\mathcal{F} = 1777$ .

Im weiteren Verlauf der Arbeit wurde eine Transfer-Cavity zur Stabilisierung eines 1018 nm Lasers aufgebaut und charakterisiert. Dabei ergab sich eine Linienbreite von  $(130 \pm 11)$  kHz für die folgenden Lock-Parameter:

- $P_{\text{Strom}} = 0,0139$
- $I_{\text{Piezo}} = 0$
- $P_{\text{Cavity}} = 0,000244$
- $P_{\text{Strom}} = 500$
- $I_{\text{Piezo}} = -0,0046$
- $I_{\text{Cavity}} = 4,5$

Bei der Charakterisierung konnte anhand der Untersuchung des IQ-Signals festgestellt werden, dass der Ausgang des für den Cavity-Lock verwendeten Red Pitayas ein 30 kHz Rauschen erzeugt. Dieses wird vom Verstärker zwischen dem Ausgang des Red Pitayas und dem Piezo mitverstärkt und stört so den Lock maßgeblich. Eine Messung des IQ-Signals ohne Verstärker ergab eine Linienbreite von 130 kHz. Aus der hergeleiteten Abhängigkeit des Transfer-Locks von den Umgebungsbedingungen wurde die Größenordnung der luftdruckbedingten Frequenzdrifts abgeschätzt. Diese liegen im Bereich einiger hundert kHz bis weniger MHz. Dabei wurde auf die Wetterdaten der Stadt Stuttgart zurückgegriffen.

Da die Laser zur Anregung von thermischen Rubidiumatomen verwendet werden sollen, sind die gemessenen Linienbreiten des Lasersystems ausreichend. Eine zusätzliche Messung der Linienbreite über eine Beat-Note-Messung war im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr zu realisieren, könnte in Zukunft jedoch noch genauere Aussagen über die Langzeitstabilität des Systems liefern. Zusätzlich wird zukünftig der selbst gebaute Verstärker zwischen Red Pitaya und Cavity-Piezo überarbeitet, sodass dieser verwendet werden kann, ohne dass der Lock durch das 30 kHz Rauschen des Ausgangs gestört wird. Zudem waren für die Transfer-Cavities Vakuumkammern geplant, die diese gegenüber Luftdruckänderungen abschirmen. Die Abschätzung der Größenordnung der durch Druckänderungen hervorgerufenen Drifts hat jedoch

gezeigt, dass diese für den aktuellen Verwendungszweck nicht benötigt werden. In Zukunft können die über das System stabilisierten Laser dann für das Four-Wave-Mixing genutzt werden, um eine Einzelphotonenquelle bei Raumtemperatur zu realisieren.

## 5 Literaturverzeichnis

### Literatur

- [1] F. Arute, K. Arya, R. Babbush, D. Bacon, J. C. Bardin, R. Barends, R. Biswas, S. Boixo, F. G. S. L. Brandao, D. A. Buell, B. Burkett, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, R. Collins, W. Courtney, A. Dunsworth, E. Farhi, B. Foxen, A. Fowler, C. Gidney, M. Giustina, R. Graff, K. Guerin, S. Habegger, M. P. Harrigan, M. J. Hartmann, A. Ho, M. Hoffmann, T. Huang, T. S. Humble, S. V. Isakov, E. Jeffrey, Z. Jiang, D. Kafri, K. Kechedzhi, J. Kelly, P. V. Klimov, S. Knysh, A. Korotkov, F. Kostritsa, D. Landhuis, M. Lindmark, E. Lucero, D. Lyakh, S. Mandra, J. R. McClean, M. McEwen, A. Megrant, X. Mi, K. Michielsen, M. Mohseni, J. Mutus, O. Naaman, M. Neeley, C. Neill, M. Y. Niu, E. Ostby, A. Petukhov, J. C. Platt, C. Quintana, E. G. Rieffel, P. Roushan, N. C. Rubin, D. Sank, K. J. Satzinger, V. Smelyanskiy, K. J. Sung, M. D. Trevithick, A. Vainsencher, B. Villalonga, T. White, Z. J. Yao, P. Yeh, A. Zalcman, H. Neven, and J. M. Martinis, Quantum supremacy using a programmable superconducting processor, *Nature* 574(7779), 505–510 (2019).
- [2] Knill, E., Laflamme, R. Milburn, G. A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *Nature* 409, 46–52 (2001). <https://doi.org/10.1038/35051009>
- [3] F. Ripka, H. Kübler, R. Löw, T. Pfau, A room-temperature single-photon source based on strongly interacting Rydberg atoms, *Science* 362, 446–449 (2018).
- [4] O. de Vries, M. Plötner, F. Christaller, H. Zhang, A. Belz, B. Heinrich, H. Kübler, R. Löw, T. Pfau, T. Walbaum, T. Schreiber, und A. Tünnermann, Highly customized 1010nm, ns-pulsed Yb-doped fiber amplifier as a key tool for on-demand single-photon generation, *Opt. Express* 28, 17362-17373 (2020)
- [5] D. A. Steck, Rubidium 87 D Line Data, Version 2.2.1 zuletzt überarbeitet 21. November 2019 <https://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>
- [6] D. A. Steck, Rubidium 85 D Line Data, Version 2.2.2 zuletzt überarbeitet 29. April 2021 <https://steck.us/alkalidata/rubidium85numbers.pdf>
- [7] M. D. Lukin, M. Fleischhauer, R. Cote, L. M. Duan, D. Jaksch, J. I. Cirac und P. Zoller, Dipole blockade and quantum information processing in mesoscopic atomic ensembles. *Physical review letters*, 87(3):037901, (2001), ISSN 0031-9007.
- [8] T.F. Gallagher, *Rydbergatoms*, CambridgeUniversityPress, (1994)
- [9] S. D. Saliba, M. Junker, L. D. Turner, and R. E. Scholten, Mode stability of external cavity diode lasers, *Appl. Opt.*, 48(35):6692, (2009). 1, 3, 4, 10, 11
- [10] A. Chintchin, *Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse*, Mathematische Annalen (1934)

- [11] L. B. Mercer, 1/f Frequency Noise Effects on Self-Heterodyne Linewidth Measurements, *Journal of Lightwave Technology* 9, 4, S. 485–493, 1991.
- [12] J.J. Olivero und R.L. Longbothum, Empirical fits to the Voigt line width: A brief review, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 17, 2, S. 233–236, (1977).
- [13] B. Edlen, “The Refractive Index of Air,” *Metrologia* 2, 12 (1966).
- [14] S. Zhuge, Pid control theory. zuletzt besucht am 11.06.21 <https://www.crystalinstruments.com/blog/2020/8/23/pid-control-theory>.
- [15] Eric D. Black, An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization, *American Journal of Physics* 69, 79 (2001); doi: 10.1119/1.1286663
- [16] K. Kikuchi, Effect of 1/f-Type FM Noise on Semiconductor Laser Linewidth Residual in High-Power Limit, *IEEE Journal of Quantum Electronics* QE-25, 4, S. 684–388, (1989).
- [17] Wetterdaten Stuttgart, zuletzt besucht am 01.07.21, [https://www.stadtklima-stuttgart.de/index.php?luft\\_messdaten\\_download](https://www.stadtklima-stuttgart.de/index.php?luft_messdaten_download)
- [18] Herstellerangaben der Toptica Laser, zuletzt besucht am 02.07.21, <https://www.toptica.com/products/tunable-diode-lasers/>
- [19] J. Balewski, Hochauflösende Photoassoziationspektroskopie von Rydberg-Dimeren und Trimeren, Diplomarbeit, 5th Institute of Physics, University of Stuttgart, (2009).
- [20] Datenblatt des Piezos für die Cavity, zuletzt aufgerufen am 09.07.21, <https://www.piceramic.de/de/produkte/piezokeramische-aktoren/linearaktoren/p-080-picma-stack-multilayer-ringaktor-100820/#specification>
- [21] C. Tomschitz, A photoionization scheme to create cold ionic impurities from Rydberg atoms. Masterthesis, (2018).
- [22] H. Kogelnik und T. Li, Laser beams and resonators. *Proceedings of the IEEE*, 54(10):1312–1329, (1966), ISSN 0018-9219.

## 6 Danksagung

Zunächst möchte ich mich bei **Prof. Dr. Tilman Pfau** bedanken, dass ich meine Bachelorarbeit trotz Pandemiezeiten am 5. Physikalischen Institut schreiben durfte.

Ein besonderer Dank geht an **Max Mäusezahl** für die große Mühe, die er in die Betreuung dieser Arbeit gesteckt hat. Er stand mir stets mit Rat und Tat zur Seite.

Des weiteren möchte ich mich bei **Florian Christaller**, **Felix Mounsilis** und **Annika Belz** bedanken, die immer ein offenes Ohr für mich hatten und mir auch im Labor geholfen haben.

Ich danke **Robert Löw** und **Harald Kübler**, die mit ihren Gedanken und Anregungen die Arbeit angetrieben haben.

Darüber hinaus bedanke ich mich bei **Fabian Munkes** und **Patrick Kaspar** für die gute Zusammenarbeit im Labor und die unterhaltsamen Gespräche.

Als letztes gilt mein Dank meinen Kommilitonen Tobias Vičánek Martínez, Jonah Heiler, Daniel Biddlingmaier und Kim Kappel ohne die das Studium nur halb so viel Spaß gemacht hätte.