Aufbau und Charakterisierung eines Fabry-Pérot-Interferometers zur Frequenzstabilisierung von Rydberg Lasern

Bachelorarbeit von Felix Moumtsilis

13. November 2018

Prüfer: Prof. Dr. Tilman Pfau



Vorgelegt am 5. Physikalischen Insitut Universität Stuttgart Pfaffenwaldring 57, 70569 Stuttgart

Eigenständigkeitserklärung:

Hiermit erkläre ich,

• dass ich diese Bachelorarbeit selbstständig verfasst habe,

• dass ich keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt und alle wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken übernommenen Aussagen als solche gekennzeichnet habe,

• dass die eingereichte Arbeit weder vollständig noch in wesentlichen Teilen Gegenstand eines anderen Prüfungsverfahrens gewesen ist,

• dass ich die Arbeit weder vollständig noch in Teilen bereits veröfffentlicht habe, es sei denn, der Prüfungsausschuss hat die Veröffentlichung vorher genemigt und

• dass der Inhalt des elektronischen Exemplars mit dem des Druckexemplars übereinstimmt.

Stuttgart, 13. November 2018 Felix Moumtsilis

INHALTSVERZEICHNIS

1	EIN	LEITUNG	4
2	GRUNDLAGEN		
	2.1	Optik	6
		2.1.1 Gaußstrahlen	6
		2.1.2 Knife Edge Methode	8
	2.2	Fabry Perot Resonator	10
		2.2.1 Planarer Resonator	10
		2.2.2 Gekrümmter Resonator	12
		2.2.3 Strahlanpassung	14
	2.3	PID Regler	16
	2.4	Sättigungsspektroskopie	17
	2.5	Selbst Heterodyne Inteferenz	18
	2.6	Diodenlaser	20
3	AUFBAU 2		
	3.1	Optisches Setup	22
	3.2	Selbstheterodyne Interferenz	24
	3.3	Elektronik	25
4	CHARAKTERISIERUNG DES RESONATORS		27
	4.1	Strahlanpassung	27
	4.2	Freier Spektral Bereich und Finesse	29
	4.3	Analyse der Frequenzstabilisierung	33
5	ZUS	AMMENFASSUNG UND AUSBLICK	37
6	LITI	ERATURVERZEICHNIS	39

Immer häufiger gerät Quantentechnologie in den Fokus der heutigen Wissenschaft, da diese großes Potential im Bereich der Informationsverarbeitung sowie der Kryptographie besitzt. In Beispielweise der Kryptographie ergeben sich so neue Möglichkeiten der Verschlüsselung, da beliebige Quanteninformation wie zum Beispiel die Polarisation eines Photons nach dem No-Cloning Theorem [1] nicht dupliziert werden kann. Das Abhören einer Schlüsselübertragung kann somit bemerkt, die Übertragung abgebrochen und anschließend von neuem begonnen werden. Für die Umsetzung einer solchen Verschlüsselung sind Lichtquellen nötig, die auf Knopfdruck bekannte Quanteninformation in Form eines Photons aussenden.

Eine Möglichkeit eine solche Lichtquelle herzustellen erfolgt mittels Rydbergatomen [2]. Diese sind Atome in denen das äußerste Elektron in einen hohen Energiezustand gebracht wird. Im klassichen Bild ist das Elektron dann weit vom Atomkern entfernt und besitzt starke weitreichende Wechselwirkungen. Ist in einem Gas bereits eine Rydberganregung vorhanden, so verschiebt sich die Resonanzfrequenz ein zweites Rydbergatom anzuregen durch die Wechselwirkung zwischen den Atomen. Ist die Frequenzverschiebung so groß, dass keine zweite Rydberganregung mehr erfolgt, so wird dieser Effekt Rydbergblockade [3] genannt. Hierdurch wird in einem Four-Wave-Mixing Schema die Emission von zwei Photonen zur gleichen Zeit, in einem Bereich der kleiner als die Rydbergblockade ist, verhindert [4] (Photon-Antibunching) und eine Einzelphotonenquelle kann realisiert werden. Erste Erfolge eine Einzelphotonenquelle basierend auf Rydbergatomen herzustellen wurde bei tiefen Temperaturen erzielt [5, 6]. Einzelphotonenquellen dieser Art benötigen tiefe Temperaturen, da sonst thermische Fluktuationen die Wechselwirkungen zwischen den Atome dominieren. Durch die benötigte Kühlung der Atomgase wird eine Skalierung dieser Methode erschwert. Eine neue vielversprechende Technik ist eine Einzelphotonenquelle bei Raumtemperatur, welche erst vor kurzem realisiert wurde [7]. Das Experiment basiert dabei auf einer Mikrozelle, in der nur eine Anregung eines Rydbergatoms gleichzeitig möglich ist. Zur Weiterentwicklung dieser Einzelphotonenquelle wird ein anderes Anregungsschema für die Rydbergzustände benötigt, dessen Laser stabilisiert werden sollen.

Die Verwendung stabiler Laser ist essentiell für derartige Anwendungen. Denn es müssen die benötigten Energien eines atomaren Übergangs exakt getroffen werden, um eine effektive Anregung in einen gewünschten Endzustand, in unserem Fall einen Rydbergzustand, zu gewährleisten. Die Stabilität der Laser ist insbesondere von Bedeutung, wenn Messungen längere Zeit in Anspruch nehmen und die Messinstrumente thermischen Drifts ausgesetzt sind. Durch eine Stabilisierung soll verhindert werden, dass der Laser aus der gewünschten Resonanz driftet. Ist der Laser nicht resonant, so findet nicht nur der gewünschte Übergang nicht mehr statt, sondern auch andere, für das Experiment ungeeignete Atomlevel, können dann angeregt werden.

Im Rahmen der Arbeit soll ein Fabry-Pérot-Interferometer (FPI) aufgebaut und charakterisiert werden. Das FPI wird auf einen stabilisierten Laser mittels Proportional-, Integral und Differentialregler (kurz PID Regler) stabilisiert und zuletzt ein weiterer Laser auf das stabilisierte FPI stabilisiert. Mittels Sättigungsspektroskopie bedient sich der stabilisierte Laser einem atomaren Übergang als absoluter Referenz.

2.1 ортік

Für die optimale Ausrichtung der optischen Elemente ist eine gute Kenntnis der Eigenschaften von Laserstrahlen und Optik erforderlich. Dieses Kapitel soll dabei einen kurzen Überblick in die Grundlagen geben und die wesentliche Theorie behandeln.

2.1.1 Gaußstrahlen

Da reale Lichtstrahlen von ebenen Wellen abweichen, ist eine nähere Betrachtung nötig. Der Gaußstrahl ist dabei eine gute Näherung, die sowohl den Ebenen-, als auch den Parabolwellencharakter des Lichts berücksichtigt [8]. Der Phasenunterschied beim Durchlauf des FPI ist essentiell für die Resonanzbedingung, insbesonders für höhere Moden und muss daher hier näher untersucht werden.

Ausgang des Gaußstrahls ist die allgemeine Wellengleichung, die aus den Maxwellgleichungen hergeleitet werden kann

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0, \tag{2.1}$$

wobei λ die Wellenlänge des Lichts, $k = 2\pi/\lambda$ die Wellenzahl des Lichts und ∇ den Nabla Operator darstellt. Als allgemeiner Ansatz wird die Funktion für einen Lichtstrahl, der in z-Richtung propagiert, wie folgt gewählt:

$$u(x,y,z) = \psi(x,y,z)e^{-ikz}.$$
(2.2)

Die Funktion $\psi(x, y, z)$ beschreibt hierbei eine Veränderung der Amplitude, die von der einer ebenen Welle abweicht. Setzt man Gleichung 2.2 in 2.1 ein und vernachlässigt die zweite Ableitung in *z*-Richtung, so ergibt sich die paraxiale Wellengleichung

$$\partial_x^2 \psi + \partial_y^2 \psi - 2ik\partial_z \psi = 0. \tag{2.3}$$

Diese Differentialgleichung hat die Form der Schrödingergleichung und somit die Lösung

$$\psi(r,z) = A \cdot \exp\left(-i(P(z) + \frac{k}{2q(z)}r^2)\right).$$
(2.4)

Dabei ist *A* die Amplitude, *P* und *q* Funktionen die von *z* abhängen und $r^2 = x^2 + y^2$. Setzt man nun den Ansatz 2.4 in Gleichung 2.3 ein und vergleicht die Koeffizienten von *r*, so ergeben sich die Bedingungen

$$\partial_z q(z) = 1, \tag{2.5}$$

$$\partial_z P(z) = -\frac{i}{q}.\tag{2.6}$$

Im Folgenden werden reale Strahlparameter auf q bezogen. Dabei soll gelten

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i\frac{\lambda}{\pi\omega^2}.$$
(2.7)

Der Sinn von diesen Parametern wird klar, wenn sie in die Gleichung 2.4 eingesetzt werden. Es ergibt sich *R* als der Radius der Krümmung der Wellenfront und *w* als Verteilung der Feldamplitude des Lichtstrahls. Anders als bei einer Halbwertsbreite beschriebt *w* aber die Distanz, an der die Amplitude des Gaussstrahls auf 1/*e* seines ursprünglichen Wertes abgefallen ist. Ist $R(z_0) = \infty$, also die Wellenfront plan, so ist ein minimaler Durchmesser des Strahls erreicht, nach dem sich dieser wieder ausdehnt. Es folgt

$$q(z_0 = 0) = i \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}.$$
 (2.8)

Eine Integration der Gleichung 2.5 liefert

$$q(z) = q(z_0) + z = i \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} + z.$$
 (2.9)

Anschließend wird Gleichung 2.9 in 2.7 eingefügt und Real- und Imaginärteil verglichen

$$\omega^2(z) = \omega_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right)^2 \right], \qquad (2.10)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi \omega_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right].$$
 (2.11)

Für den P(z) Teil folgt eine Integration von 2.6.

$$P(z) = -\arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right) - i\ln\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right)^2}.$$
 (2.12)

Der Realteil von *P* beschreibt dabei den Phasenunterschied $\Delta \phi_G = \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2}\right)$ zwischen dem Gaußstrahl und einer idealen ebenen Welle und wird Gouy-Phase genannt. Der Imaginärteil gibt einen Amplitudenfaktor ω_0/ω , welcher die Ausdehnung des Gaußstrahls in *z*-Achse berücksichtigt. Schlussendlich wird alles vorherige in Ansatz 2.2 zusammengetragen und es ergibt sich die Form eines fundamentalen Gaußstrahls.

$$u(r,z) = A \cdot \frac{\omega_0}{\omega} \exp\left[-i(kz - \Delta\phi_G) - r^2\left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{ik}{2R}\right)\right].$$
 (2.13)

2.1.2 Knife Edge Methode

Nachdem der Gaußstrahl theoretisch behandelt wurde, muss dieser natürlich auch noch vermessen werden. Hierzu wird die Knife Edge Methode herangezogen. Dabei wird mit einer μ m-Stage eine Klinge vor den Laserstrahl geschoben und die Leistung gemessen. Das Intensitätsprofil in *z*-Richtung ist dann gegeben mit [9]

$$I(x,y) = I_0 \exp(-2x^2/w_x^2) \exp(-2y^2/w_y^2).$$
(2.14)

Dabei sind $\omega_{x/y}$ die Strahlradien, bei denen die Intensität auf $1/e^2$ des Maximums I_0 fällt. Die maximale Leistung P_M ergibt sich als Integral über das gesamte Intensitätsprofil

$$P_M = I_0 \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-2x^2/w_x^2) dx \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-2y^2/w_y^2) dy = \frac{\pi}{2} I_0 \omega_x \omega_y.$$
(2.15)

Wird nun eine Klinge vor dem Laserstrahl in x-Richtung bis zur Position x_0 eingeschoben, so werden die Integrationsgrenzen angepasst und es ergibt sich für die gemessene Leistung

$$P(x_0) = P_M - I_0 \int_{-\infty}^{x_0} \exp(-2x^2/w_x^2) dx \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-2y^2/w_y^2) dy.$$
(2.16)

Das Integral über *y* liefert nur einen Vorfaktor $\sqrt{\pi/2}\omega_y$. Das *x* Integral wird im Folgenden aufgeteilt

$$P(x_{0}) = P_{M} - \sqrt{\pi/2}\omega_{y} \left(\int_{-\infty}^{0} \exp(-2x^{2}/w_{x}^{2})dx + \int_{0}^{x_{0}} \exp(-2x^{2}/w_{x}^{2})dx \right)$$

$$= P_{M} - \frac{\pi}{4}I_{0}\omega_{x}\omega_{y} - \sqrt{\frac{\pi}{2}}I_{0}\omega_{y} \int_{0}^{x_{0}} \exp(-2x^{2}/w_{x}^{2})dx$$

$$= \frac{P_{M}}{2} - \sqrt{\frac{\pi}{2}}I_{0}\omega_{y} \int_{0}^{x_{0}} \exp(-2x^{2}/w_{x}^{2})dx.$$

(2.17)

Das letzte Integral kann mit der Substitution $u^2 = 2x^2/\omega_x^2$ in die Form der Errorfunktion gebracht werden

$$P(x_0) = \frac{P_M}{2} - \sqrt{\frac{\pi}{2}} I_0 \omega_y \int_0^{\frac{\sqrt{2}x_0}{\omega_x}} \exp(-u^2) \frac{\omega_x}{\sqrt{2}} du$$
$$= \frac{P_M}{2} - \frac{\pi}{4} I_0 \omega_x \omega_y \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\sqrt{2}x_0}{\omega_x}} \exp(-u^2) du$$
$$= \frac{P_M}{2} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}x_0}{\omega_x}\right) \right).$$
(2.18)

Eine simple Methode, den Strahldurchmesser ω_x zu bestimmen, erfolgt, indem einmal die volle Leistung gemessen wird. Anschließend wird die Position $x_{10\%}$ der Klinge so verschoben wird, dass 10% der Leistung erreicht ist. Selbiges wird noch einmal für 90% der Leistung durchgeführt. Dann gilt

$$0, 1P_M = \frac{P_M}{2} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}x_{10\%}}{\omega_x}\right) \right).$$
(2.19)

Und somit durch Umformen

$$\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}x_{10\%}}{\omega_x}\right) = 0,8. \tag{2.20}$$

Analog ergibt sich für 90% der Leistung

$$0,9P_M = \frac{P_M}{2} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}x_{90\%}}{\omega_x}\right) \right).$$
(2.21)

Und damit auch

$$-\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}x_{90\%}}{\omega_x}\right) = 0,8.$$
(2.22)

Die allgemeine Gaußverteilung hängt mit der Errorfunktion wie folgt zusammen

$$P(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{t}{\sqrt{2}}\right).$$
 (2.23)

Damit folgt mit Gleichung 2.23 und 2.19

$$\frac{\sqrt{2}x_{10\%}}{\omega_x} = \frac{t_0}{\sqrt{2}}.$$
(2.24)

Des Weiteren kann einer Tabelle entnommen werden [10]

$$P(t_0) = 0, 9 \to t_0 = 1, 28. \tag{2.25}$$

Damit gilt auch $x_{10\%} = 0,64\omega_x$. Die Bedingung 2.24 kann auch auf $x_{90\%}$ aufgelöst werden. Es gilt $P(t_1) = 0, 1$.

$$\frac{\sqrt{2}x_{90\%}}{\omega_x} = \frac{t_1}{\sqrt{2}}$$
(2.26)

Dabei ist $t_1 = -1,28$. Insgesamt folgt

$$|x_{10\%} - x_{90\%}| = 1,28\omega_x. \tag{2.27}$$

Es kann mit den Positionen $x_{10\%}$ und $x_{90\%}$ die Strahltaille ω_x berechnet werden.

Alternativ dazu kann auch eine Funktion der Form

$$P(x) = \frac{P_1}{2} \left(1 \pm \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(x - P_2)}{P_3}\right) \right)$$
(2.28)

an die Messwerte gefittet werden. Dabei entspricht P_1 der maximalen Leistung, P_2 einer beliebigen Verschiebung in *x*-Richtung und P_3 dem $1/e^2$ Radius des Gaußprofils. Es ist also $P_3 = \omega_x$. Dies ist aber deutlich aufwendiger als die vorherige angesprochene Methode, da man für einen guten Fit viele Messpunkte benötigt und anschließend noch die Fitparameter bestimmt werden müssen, während man mit der obigen Methode nur zwei Positionen benötigt und die Strahltaille dann leicht mit Gleichung 2.27 berechnet werden kann.

2.2 FABRY PEROT RESONATOR

Nach der Klärung des Verhaltens von Laserstrahlen soll nun das wahrscheinlich wichtigste Element dieser Arbeit genauer untersucht werden, nämlich der optische Resonator, oder das Fabry-Pérot-Interferometer, das im Folgenden auch Cavity genannt wird. Dieses Kapitel soll einen Überblick der verschiedenen Arten von Cavities, Resonatormoden, sowie der Strahlanpassung vor den Cavities geben.

2.2.1 Planarer Resonator

Für das einfachste FPI werden zwei planare Spiegel mit der Reflektivität R in einem Abstand d angenommen. Der Phasenunterschied ebener Wellen $\Delta \phi$ ergibt sich aus dem Gangunterschied Δs wie folgt:

$$\Delta \phi = \frac{\Delta s}{\lambda} 2\pi = \frac{4\pi n d \cos(\alpha)}{\lambda}.$$
(2.29)

Dabei ist *n* der Brechungsindex des zu durchlaufenden Mediums und α der Einfallswinkel des Lichts. Es wird der Fall von Luft als Medium mit $n \approx 1$ bei senkrechtem Einfall $\alpha = 0$ betrachtet. Ein Schema der ein- und auslaufenden Strahlen ist in Abbildung 2.1 zu erkennen.



Abbildung 2.1. Schema der ein- und auslaufenden Strahlen an zwei Spiegeln mit der Reflektivität R im Abstand d unter dem Einfallswinkel α .

Dabei ist A^e der einlaufende Strahl und A_j die auslaufenden Strahlen *j*-ter Ordnung. Die mögliche erste Reflexion am vorderen Spiegel und alle weiteren

Rückreflexe in Richtung des einfallenden Strahls werden hierbei vernachlässigt, da sie bei der späteren Normierung wegfallen würde. Da der erste auslaufende Strahl also nur den zweiten Spiegel mit der Transmittivität *T* passieren muss, ergibt sich seine Amplitude als

$$A_1 = TA^e. (2.30)$$

Alle weiteren Strahlen müssen dazu noch j-mal an den Spiegeln reflektiert werden und erhalten jeweils eine Phasenverschiebung von $j\Delta\phi$. Es gilt

$$A_j = TR^j e^{ij\Delta\phi}.$$
 (2.31)

Die Summe aller auslaufenden Strahlen A_j ergibt die komplexe transmittierte Amplitude A^t .

$$A^{t} = \sum_{j=0}^{\infty} A_{j} = TA^{e} \sum_{j=0}^{\infty} R^{j} e^{ij\Delta\phi} = \frac{T}{1 - Re^{i\Delta\phi}} A^{e}$$
(2.32)

Die normierte transmittierte Intensität I_n^t ist dann der Betrag der komplexen Amplitude durch die Intensität des einlaufenden Strahls

$$I_n^t = \frac{I^t}{I^e} = \frac{A^t A^{t*}}{I^e} = \frac{T^2}{(1 - Re^{i\Delta\phi}))(1 - Re^{-i\Delta\phi})}$$

= $\frac{T^2}{1 + R^2 - 2R\cos(\Delta\phi)}$
= $\frac{(1 - R)^2}{(1 - R^2)^2 + 4R\sin^2(\frac{\Delta\phi}{2})}$
= $\frac{1}{1 + (\frac{2}{\pi})^2 F^2 \sin^2(\frac{\Delta\phi}{2})}.$ (2.33)

Hierbei wird die Finesse *F* definiert. Sie ist das Verhältnis zwischen dem Freien Spektral Bereich (*FSR*) δv und der Halbwertsbreite Δv und gibt die Qualität des Resonators an.

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} = \frac{\delta\nu}{\Delta\nu}$$
(2.34)

Bemerkenswerterweise hängt diese nur von der Reflektivität der Spiegel ab, was sie leicht manipulierbar macht.

Einzeln betrachtet ergibt sich die FSR zu

$$FSR = \delta \nu = \frac{c}{2d},$$
(2.35)

wobei *c* die Lichtgeschwindigkeit und *d* die Länge des Resonators ist. Die Halbwertsbreite Δv ist dann:

$$\Delta \nu = \frac{1 - R}{\pi \sqrt{R}} \cdot \delta \nu \tag{2.36}$$

In Abbildung 2.2 ist die Intensität über Frequenz für verschiedene Finessen aufgetragen.



Abbildung 2.2. Transmittierte Intensität I_n^t aufgetragen gegen die Frequenz ν zu unterschiedlichen Finessen.

2.2.2 Gekrümmter Resonator

Im vorherigen Teil wurde die Resonanzbedingung für ebene Wellen an einem planarem Resonator gefunden. Hier soll die Betrachtung noch auf Gaußstrahlen aufgeweitet werden, da Laserstrahlen keine ebene Wellen darstellen.

Die Spiegel eines Resonators mit den Krümmungsradien $R_{1/2}$ werden an den Positionen $z_{1/2}$ im Abstand *d* angenommen. Ist der Resonator mit der Mode resonant, so ist der Krümmungsradius der Gaußmode an den Spiegeln gleich der Krümmung der Spiegel und der Strahl kann sich selbst replizieren. Hierzu wird die Rayleighlänge z_R definiert

$$z_R = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}.$$
 (2.37)

Somit ergeben sich mit der Gleichung 2.11 zwei Bedingungen

$$-R_1 = R(z_1) = z_1 + \frac{z_R^2}{z_1},$$
(2.38)

$$R_2 = R(z_2) = z_2 + \frac{z_R^2}{z_2}.$$
(2.39)

Laut Definition gilt außerdem noch:

$$d = z_2 - z_1. (2.40)$$

Mit diesen Bedingungen kann $z_{1/2}$ und z_R für den Resonator berechnet werden. Mit z_R kann außerdem ω_0 berechnet werden.

$$z_1 = \frac{-dg_2(1-g_1)}{g_1 + g_2 - 2g_1g_2} \tag{2.41}$$

$$z_2 = \frac{dg_1(1 - g_2)}{g_1 + g_2 - 2g_1g_2} \tag{2.42}$$

$$z_R^2 = \frac{d^2 g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2}$$
(2.43)

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\lambda d}{\pi}} \left[\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2} \right]^{\frac{1}{4}}$$
(2.44)

Dabei wurden die Spiegelfaktoren $g_i = 1 - d/R_i$ eingeführt. Mit ihnen ergibt sich auch das Stabilitätskriterium

$$0 < g_1 g_2 < 1. \tag{2.45}$$

Dies ist nötig, da ω_0 reell sein muss. Im ersten Augenblick steht dies im Widerspruch zum vorherigen Teil. Hiernach sind nämlich keine Lösungen von Gaußstrahlen an zwei planaren Spiegeln möglich, sondern nur ebene Wellen. Diese treten dennoch auf, da reale Spiegel immer eine gewisse Krümmung besitzen. Außerdem kann ein Medium als thermische Linse wirken. Durch die Verteilung der Strahlungsleistung entstehen lokal erhitzte Gebiete um die Strahltaille und damit eine Veränderung des Brechungsindex vom Medium, was einer Linse entspricht. An einem planaren Spiegel kann so eine Krümmung induziert werden. Des Weiteren erfüllt, bei genügend Strahlungsleistung, immer ein bestimmter Anteil der eingestrahlten Photonen die Resonanzbedingung.

Für Resonanz muss der Phasenunterschied von der Grundmode 2.13 ein vielfaches von π sein.

$$\Delta \phi = -k(z_2 - z_1) + \Delta \phi_G(z_2) - \Delta \phi_G(z_1) = q\pi \qquad (2.46)$$

Wobei *q* die Anzahl an halben Wellenlängen, die in den Resonator passen, darstellt und somit eine natürliche Zahl die größer gleich 1 ist. Außerdem gilt wieder $k = 2\pi/\lambda$. Es ergeben sich somit die Resonanzfrequenzen der Grundmoden mit:

$$\nu_q = \frac{c}{2d} \left(q + \frac{1}{\pi} \arccos(\pm \sqrt{g_1 g_2}) \right)$$
(2.47)

Aufgrund des Stabilitätkriteriums müssen g_1 und g_2 das selbe Vorzeichen haben. Ist dies positiv, so wird in 2.47 das positive Vorzeichen verwendet und umgekehrt für negatives Vorzeichen.

Bis jetzt wurden aber nur die Hauptmoden *q* besprochen. Um die Variation der Wellenfunktion in x - y Ebene zu berücksichtigen werden zusätzlich noch zwei Terme *g* und *h* in den Ansatz 2.4 eingefügt. Für ein kartesisches Koordinatensystem hängt dabei $g\left(\frac{x}{\omega}\right)$ nur von *x* und ω (und damit auch *z*) und analog $h\left(\frac{y}{\omega}\right)$ nur von *y* und *z* ab

$$\psi(x,y,z) = A \cdot g\left(\frac{x}{\omega}\right) h\left(\frac{y}{\omega}\right) \exp\left(-i(P(z) + \frac{k}{2q(z)}(x^2 + y^2)\right).$$
(2.48)

Wird dies wieder in die paraxiale Wellengleichung 2.3 eingefügt, so ergeben sich Lösungen für

$$g \cdot h = H_n\left(\frac{\sqrt{2}x}{\omega}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{\omega}\right).$$
 (2.49)

Dann existiert ein vollständiges orthogonales Set an Lösungen [11].

$$u(x, y, z) = A \cdot \frac{\omega_0}{\omega} H_n\left(\frac{\sqrt{2}x}{\omega}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{\omega}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\omega^2}\right)$$
$$\cdot \exp\left(-i\left[kz - (1 + n + m)\arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) + \frac{k(x^2 + y^2)}{2R}\right)\right]\right)$$
(2.50)

Dabei ist H_n das hermite Polynom n-ten Grades und n beziehungsweise m eine positive ganze Zahl.

$$H_n = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2} = \left(2x - \frac{d}{dx}\right)^n \cdot 1$$
 (2.51)

Ist der Phasenunterschied wieder ein vielfaches von π , so ist die Mode in Resonanz. Damit ergeben sich wieder die Resonanzfrequenzen v_{qnm} , die jetzt noch zusätzlich von n und m abhängen.

$$v_{qnm} = \frac{c}{2d} \left(q + \frac{1}{\pi} (m + n + 1) \arccos(\pm \sqrt{g_1 g_2}) \right)$$
 (2.52)

Selbiges kann auch mit zylindrischer Symetrie vollzogen werden, soll aber hier nicht näher behandelt werden. Da beides vollständige orthogonale Sets an Lösungen sind, können sie ineinander überführt werden. Damit sind die Resonanzfrequenzen eines Resonators mit gekrümmten Spiegeln geklärt.

2.2.3 Strahlanpassung

Um den Laserstrahl von einer Strahltaille ω_1 auf eine Strahltaille ω_2 zu transformieren ist eine Linse erforderlich. Dabei muss ω_2 die Gleichung 2.44, was ja eine Bedingung des Resonators ist, erfüllen. Das Schema hierzu mit den Strahlparametern $q_{1/2}$ mit den Strahltaillen $\omega_{1/2}$ und einer Linse der Brennweite f mit den Abständen $d_{1/2}$ ist in Abbildung 2.3 dargestellt.



ABBILDUNG 2.3. Schema der Strahlanpassung vor dem Resonator mit den Strahlparametern $q_{1/2}$, Strahltaillen $\omega_{1/2}$ und einer Linse der Brennweite f mit den Abständen $d_{1/2}$.

Eine ideale Linse mit Brennweite f transformiert dabei den Strahl von einem Krümmungsradius R_1 links von der Linse zu R_2 rechts von der Linse wie folgt [8]

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f}.$$
(2.53)

Daraus ergibt sich eine Bedingung an den Strahltaillen bei $R_{1/2} = \infty$ mit Gleichung 2.7

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f}.$$
(2.54)

Zusammen mit Gleichung 2.9 ergibt sich somit [8]

$$q_2 = \frac{(1 - d_2/f)q_1 + (d_1 + d_2 - d_1d_2/f)}{-q_1/f + 1 - d_1/f}.$$
(2.55)

Da $q_{1/2}$ an den Strahltaillien bekannt sind, ergibt sich außerdem

$$q_{1/2} = \frac{i\pi\omega_{1/2}}{\lambda}.\tag{2.56}$$

Wird dies wieder in Gleichung 2.55 eingefügt, so kommt man nach dem Vergleich von Real- und Imaginärteil und etwas umformen auf

$$d_1 = f \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} \sqrt{f^2 - f_0^2},$$
 (2.57)

$$d_2 = f \pm \frac{\omega_2}{\omega_1} \sqrt{f^2 - f_0^2}.$$
 (2.58)

Dabei ist $f_0 = \pi \omega_1 \omega_2 / \lambda$. Je nach Konvention wird entweder nur das plus Vorzeichen oder minus Vorzeichen verwendet. Außerdem muss $f > f_0$ gelten. Damit ist die Platzierung und die Wahl der Linsenbrennweite geklärt. Der Gaußstrahl kann jetzt mit der zuvor behandelten Knife-Edge-Methode vermessen und eine passende Linse gewählt werden. Alternativ kann der Strahl vor der Cavity vermessen werden und die Linsenposition mittels Computerprogramm GaussianBeam angepasst werden. Das Programm fittet den Gaußstrahl an die Messwerte und findet die geeignete Linsenposition, so dass alle Bedingungen des Resonators erfüllt werden. Die Brennweite der Linse kann dabei mit

$$f > \pi \omega_1 \omega_2 / \lambda \tag{2.59}$$

angenommen werden.

2.3 PID REGLER

Der PID Regler soll in unserer Anwendung die Länge der Cavity stabil halten und soll hier kurz behandelt werden.

Ziel eines Reglers ist eine Feedbackschleife. Dieser Regelkreis soll dabei einen bestimmten Wert annehmen und trotz Störeinflüssen möglichst konstant bleiben. In unserem Fall ist die Spannung an dem Piezo und somit die Länge des FPI zu regeln. Das FPI soll sich dabei immer in Resonanz befinden. Da die Abstände zwischen den Moden einer räumlichen Verschiebung von $\lambda/2$ entspricht sind sehr kleine Abstände zu regulieren. Der Regler betrachtet dabei ein Fehlersignal, das auf 0 zu setzen ist. Mit einem Offset kann der gewünschte Wert aber beliebig verschoben werden. Das Fehlersignal entspricht in unserer Anwendung dem Signal der Photodiode hinter dem FPI. Dies soll idealerweise immer auf ein Transmissionsmaximum gestellt werden. Der Regler verschiebt dabei die Spannung des Piezo und betrachtet die Änderung des Fehlersignals. Beim PID Regler ergeben sich drei Teile, die die Verschiebung der Spannung beeinflussen. Dabei steht P für proportional, I für integral und D für differential. Durch ein Potentiometer vor den einzelnen Teilen können die einzelnen Faktoren des PID Reglers optimal eingestellt werden.

Der erste Teil ist der proportionale Teil. Dieser betrachtet nur die Differenz des Fehlersignals zur 0 und schiebt die Spannung linear in eine Richtung. Das Ausgangssignal ist somit proportional zum Eingangssignal.

Der integral Teil betrachtet die zeitliche Integration des Fehlersignals, und somit die Fläche, die zwischen dem Fehlersignal und 0 besteht.

Der differential Teil reagiert auf die Änderungsgeschwindigkeit der Fehlersignals.

In unserer Anwendung werden hauptsächlich die P- und I-Teile benötigt. Diese müssen dabei in einem möglichst guten Gleichgewicht stehen. Ist der P Anteil zu groß, so schwingt sich der PID Regler ein, was den Lock verschlechter. Beim Einschwingen Überschiebt der P-Teil die Spannung und das Errorsignal fängt an um den gewünschten Wert zu oszillieren, wobei die Amplitude dieser Schwingung größer wird, je größer der P-Teil, bis kein Lock mehr möglich ist. Wird er hingegen zu klein geregelt, so ist der Regelkreis zu langsam um kleine Schwankungen auszugleichen, was den Lock wiederum verschlechtert. Die Betrachtung des Output- und Errorsignals ist von großer Bedeutung bei der Einstellung des PID Reglers.

2.4 sättigungsspektroskopie

Zur Frequenzachsenkalibrierung werden Referenzübergänge im GHz Bereich benötigt. Dazu soll die Sättigungsspektroskopie hier kurz angeschnitten werden.

Die Sättigungsspektroskopie ist ein Verfahren, mit dem atomare Spektren dopplerfrei betrachtet werden können. Dadurch werden auch kleinere Übergänge wie Hyperfeinniveaus sichtbar und messbar. Prinzip der Sättigungsspektroskopie ist den Laser in einen Pumpstrahl mit hoher und einem Probestrahl mit kleiner Intensität parallel gegenläufig durch eine Spektroskopie-Zelle mit atomarem Dampf laufen zu lassen.

Eine schematische Darstellung für eine Zelle mit Rubidiumdampf ist in Abbildung 2.4 abgebildet.



ABBILDUNG 2.4. Schematischer Aufbau einer Sättigungsspektroskopie.

Anschließend wird die Absorption des Probestrahls auf einer Photodiode betrachtet. Das Spektrum hat bei bestimmten Frequenzen Einschnitte. Diese kommen dadurch zu stande, dass der Laserstrahl einen atomaren Übergang anregt und so die Intensität sinkt. Die größeren Einschnitte haben ebenfalls noch kleine Einschnitte. Bei solch einem Lamb-Dip werden Atome durch den stärkeren Pumpstrahl in ein angeregtes Niveau gehoben und der Probestrahl wird bei diesem Übergang weniger absorbiert. Hyperfeinniveaus werden durch die Hauptquantenzahl F charakterisiert. Dabei hängt F von Kernspin I und dem Gesamtdrehimpuls J wie folgt ab.

$$F = |J - I|, ..., J + I$$
(2.60)

Jetzt müssen die häufigsten natürlichen Isotope von Rubidium näher betrachtet werden. Zum einen gibt es ⁸⁵Rb mit dem Kernspin I = 5/2 und ⁸⁷Rb mit I = 3/2. Mit 2.60 ergibt sich im Grundzustand (J = 1/2) von ⁸⁵Rb eine Aufspaltung von F = 2,3 und für den angeregten Zustand (J = 3/2) eine Aufspaltung von F = 1,2,3,4. Für ⁸⁷Rb folgt analog eine Aufspaltung des Grundzustandes mit F = 1,2 und des angeregten Zustandes mit F = 0,1,2,3. Für den Grundzustand sind im Spektrum von Rubidiumdampf nun vier große Transmissions Dips zu sehen. Zusätzlich hierzu gibt es noch sogenannte Crossover Resonanzen. Bei Crossover Resonanzen liegen zwei Absorptionskurven so nah beieinander, so dass sich ihre dopplerverbreiteten Profile überlagern. Ist die Frequenz des Lasers ν zwischen zwei Resonanzfrequenzen, so wechselwirkt der Laser mit Atomen der Geschwindigkeit $\pm v$. Die Resonanzfrequenz ist dabei blau verschoben für Atome die gegen die Richtung des Laserstrahls laufen und rot verschoben für Atome, die mit dem Laserstrahl laufen. Es ergibt sich also ein weiterer Dip im Spektrum. Da bei optischen Übergängen die Auswahlregel $\Delta F = 0, \pm 1$ gilt, ergeben sich für den ⁸⁷Rb F = 2 Zustand drei Endzustände F' = 1, 2, 3 und somit auch drei Cossover Resonanzen zu F' = 1, 3, F' = 1, 2 und F' = 2, 3. Ein solches Spektrum ist in Abbildung 2.5 abgebildet.



ABBILDUNG 2.5. Spektrum einer Rubudiumzelle bei einer Sättigungsspektroskopie.

Als Referenz der Frequenzachse wird der Abstand von ⁸⁷Rb $5S_{1/2}$ *F*=2 zu ⁸⁷Rb $5P_{3/2}$ *F*=3 und ⁸⁵Rb $5S_{1/2}$ *F*=3 zu ⁸⁵Rb $5P_{3/2}$ *F*=3 gewählt [12, 13]. Die vier Dips sind dabei die Übergänge der sogenannten D_1 -Linie (780 nm) in Rubidium.

2.5 selbst heterodyne inteferenz

Da optische Frequenzen im THz Bereich nicht elektronisch genügend aufzulösen sind, nutzt man ein anderes Verfahren um die Linienbreite des Lasers zu messen. Ein solches ist die selbst heterodyne Interferenz. Ein schematischer Aufbau der selbst heterodynen Interferenz ist in Abbildung 2.6 zu erkennen.



ABBILDUNG 2.6. Schematischer Aufbau der selbst heterodynen Interferenz.

Bei der selbst heterodynen Interferenz wird der Lichtstrahl mittels Polarisationsstrahlteiler (PBS) zweigeteilt. Hiernach wird ein Teilstrahl durch einen akkusto optischen Modulator (AOM) um eine Frequenz v_0 verschoben und der andere durch eine längere Faser geführt, was einer zeitlichen Verzögerung τ_0 entspricht. Durch die Überlagerung der Strahlen entsteht ein Schwebungssignal, das mit einem Spektrumsanalysator untersucht werden kann. Dieses Schwebungssignal beschreibt dabei die die Frequenzdifferenz zwischen AOM- und Faserlicht und liegt bei der verschobenen Frequenz v_0 . Daraus kann die Linienbreite des Lasers bestimmt werden kann. Für das gesamt E-Feld am Detektor der Photodiode gilt

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t).$$
(2.61)

Die Gesamtintensität ist dann der Betrag der Feldamplitude

$$I(t) = |E_1|^2 + |E_2|^2 + 2E_1 \cdot E_2.$$
(2.62)

Nur der letzte Term trägt dabei zum Schwebungssignal bei, die anderen liefern nur ein Hintergrundsignal und werden im Folgenden vernachlässigt. Das Spektrum des Schwebungssignals ergibt sich nach Wiener-Kintchine-Theorem als Fourier-Transformation der Autokorrelationsfunktion der Intensität [14]

$$S(\nu) = \mathcal{F} \langle I(t)I(t+\tau) \rangle.$$
(2.63)

Dann kann gezeigt werden, dass für lange Verzögerungszeiten und dekorrelierte E_1 und E_2 das Schwebungssiganl sich wie folgt ergibt [15]

$$S(\nu) \propto S_{\rm E_1} * S_{\rm E_2}.$$
 (2.64)

Das Spektrum ergibt sich als Faltung der Spektren der einzelnen elektrischen Felder. Die Dekorrelation erfordert dabei eine Verzögerungszeit, die größer als die Köheränzzeit des Lasers ist. Wird das Laserspektrum Lorentzförmig, also nur mit einem konstanten Rauschen mit der vollen Linienbreite Δv angenommen, so gilt

$$S_{\text{E}_{1/2}} \propto \frac{(\Delta \nu/2)^2}{(\Delta \nu/2)^2 + \nu^2}.$$
 (2.65)

Das resultierende Spektrum wird mit Gleichung 2.64 erhalten

$$\mathcal{F}(S)(t) = \mathcal{F}(S_{\mathrm{E}_1})(t) \cdot \mathcal{F}(S_{\mathrm{E}_2})(t) = \mathcal{F}\left(\frac{(\Delta\nu)^2}{(\Delta\nu)^2 + \nu^2}\right).$$
 (2.66)

Und damit

$$S(\nu) \propto \frac{(\Delta \nu)^2}{(\Delta \nu)^2 + \nu^2}.$$
(2.67)

Somit ist das Spektrum des Schwebungssignals ebenfalls eine Lorentzkurve aber mit doppelter Linienbreite.

Damit sind die kurzzeitigen Schwankungen des Lasers geklärt. Langzeitige könnten ebenso betrachtet werden. Hiezu wäre aber ein zweiter Laser mit ähnlicher Frequenz benötigt, der selbst schon stabilisiert ist. Da in unserem Fall der erste Laser schon auf einen atomaren Übergang gelockt ist, und die Cavity auf den Laser, ergeben sich keine langzeitigen Schwankungen wie zum Beispiel thermische Drifts, da der PID Controller hier gegensteuern oder aus dem Lock fallen würde. Solange also die Cavity und der erste Laser gelockt sind, bleibt der Laser stabil.

Das Leistungsspektrum kann ebenso für allgemeine Verzögerungszeiten hergeleitet werden. Dabei ergibt sich ein Spektrum der Form [14]

$$S(\nu) \propto (1+\alpha^{2})^{2} \delta(\nu) + \alpha^{2} e^{-2\pi\Delta\nu\tau_{0}} \delta(\nu-\nu_{0}) + \frac{\alpha^{2}}{\pi} \frac{\Delta\nu}{(\Delta\nu)^{2} + (\nu-\nu_{0})^{2}} \\ \cdot \left(1 - e^{-2\pi\Delta\nu\tau_{0}} \left[\cos(2\pi\tau_{0}(\nu-\nu_{0})) + \frac{\Delta\nu}{\nu-\nu_{0}} \sin(2\pi\tau_{0}(\nu-\nu_{0})) \right] \right)$$
(2.68)

Dabei ist α das Amplitudenverhältnis der beiden elektrischen Feldkomponenten. Wie zu erkennen ist ergibt sich im Grenzfall unendlicher Verzögerungszeiten ein Lorentzförmiges Spektrum mit doppelter Halbwertsbreite Δv um die verschobene Frequenz v_0 . Ist die Verzögerungszeit im Vergleich der Linienbreite groß, so kann die Näherung gemacht werden, dass der vollständige hinterer Teil der Gleichung vernachlässigt wird. Im Spektrum ergeben sich, falls die Näherung nicht mehr gilt, periodische Stukturen, deren Abstände nur von der Verzögerungszeit τ_0 abhängt.

2.6 **DIODENLASER**

Bei den verwendeten Lasern handelt es sich um Diodenlaser von Toptica. Daher wird das Schema eines Diodenlasers hier näher beleuchtet. In einem Diodenlaser wird ein Halbleiter als Lichtquelle verwendet. Das hat den Vorteil, dass auf kleinstem Raum direkt elektrische Energie in Photonen umgewandelt werden. Durch eine angelegte Spannung werden Elektronen im Halbleiter vom Valenzband ins Leitungsband gepumpt. Diese fallen dort nach kurzer Dauer wieder in den untersten Zustand der nach dem Pauli Prinzip erlaubt ist. Es ist eine Besetzungsinversion erzielt worden. Der Laser wird zusätzlich durch eine Externe Cavity einem optischen Gitter ausgekoppelt. In unserem Fall geschieht dies durch eine Littrow Konfiguration, bei der das Beugungsgitter um einen Punkt gedreht und die nullte Beugungsordnung ausgekoppelt wird. Ein schematischer Aufbau eines Diodenlasers ist in Abbildung 2.7 zu erkennen.



ABBILDUNG 2.7. Schematischer Aufbau eines Diodenlasers.

Die Leistung und Wellenlänge des Diodenlasers hängt damit vom Strom an dem Halbleiter, der Temperatur und dem Winkel am optischen Gitter, und damit der Spannung am Piezo, ab. Die Temperatur wird intern durch die Toptica Laser geregelt.

3.1 Optisches setup

Der Aufbau der Optik ist schematisch in Abbildung 3.1 dargestellt:



ABBILDUNG 3.1. Schematischer Aufbau der Optik.

Bei der Cavity 1 handelt es sich um ein neues Cavity Design von Christian Tomschitz, das schon im 4. Stock zum Einsatz kommt. Eine nähere Beschreibung der technischen Details sind in seiner Arbeit zu finden [16]. Die Cavity 1 wird fortan als Tomschitz Cavity bezeichnet.

Die zweite Cavity ist eine alte Cavity, die in Patrick Kaspars Bachelorarbeit zur Frequenzachsenkalibirerung verwendet wurde [17]. Die Cavity 2 wird fortan als Kaspar Cavity bezeichnet. Zu Beginn werden die zwei Laser mit den Wellenlängen $\lambda_1 = 1064$ nm und $\lambda_2 = 780$ nm in eine Faser gekoppelt, die anschließend zu den Cavities führt. Dabei handelt es sich beim 780 nm Laser um einen DL pro und beim 1064 nm Laser um einen DL100 pro design Laser von Toptica. Das Überlagern der zwei Laser vor der Faser geschieht mit Hilfe eines dichroischen Spiegels von Thorlabs (DMSP805). Dieser lässt alle Wellenlängen bis 805 nm ungehindert durch, aber reflektiert alles darüber. Auf die selbe Weise werden die Laser nach den Cavities wieder aufgespalten. Nach dem Auskoppler wird der Strahl mittels zwei Linsen verkleinert, um später besser in die Cavity eingekoppelt werden zu können. Nach der Cavity wird der Strahlgang zu zwei Photodioden geleitet. Zusätzlich sind Bandpassfilter vor den Fotodioden, um Raumlicht zu unterdrücken und die Unperfektheit des dichroischen Spiegels auszugleichen. Ebenso werden Linsen vor den Photodioden platziert, sodass

möglichst viel Licht auf deren Halbleiterchips gesammelt wird. Alternativ können die Laser auch erst kurz vor der Cavity überlagert werden. Dies hat aber den Nachteil, dass man dann für beide Laser jeweils zwei Spiegel nachkoppeln muss. Das ist nicht mehr nötig, wenn die Laser vorher in eine Faser koppelt werden. Nach dieser sind die Laser bestmöglich überlagert und beide Laser können über die selben Spiegel in die Cavity gekoppelt werden. Die Tomschitz Cavity hat einen Spiegelabstand von $d_1 = 160 \text{ mm}$ und besteht aus einem vorderen planen und einem hinteren konkaven Spiegel mit R = 200 mm. Die Spiegel der Tomschitz Cavity sind dabei über Spiegelhalter verstellbar, wodurch eine bessere Modenanpassung möglich wird. Bei dem Piezo handelt es sich um ein vielschichtigen Ringaktor (P-080.341), der eine Längenmodulation von $11 \pm 20\% \,\mu$ m zulässt und bei einer Spannung von -20 bis 100 V betrieben werden kann. Die Kaspar Cavity besteht hingegen nur aus zwei nicht verkippbaren planaren Spiegeln im Abstand $d_2 = 300$ mm. Der Piezo ist ebenfalls unbekannt. Über Klappspiegel kann das Laserlicht entweder in die Tomschitz Cavity oder in die Kaspar Cavity geführt werden.

3.2 Selbstheterodyne interferenz



Der Aufbau zur Messung der selbstheterodynen Interferenz ist in Abbildung 3.2 dargestellt:

ABBILDUNG 3.2. Schematischer Aufbau zur Messung der selbstheterodynen Interferenz.

Der 1064 nm Laser wird dabei zunächst mittels Polarisationsstrahlteiler, oder englisch polarisation beam splitter (PBS), in zwei Arme aufgeteilt. Der eine Arm führt dann zu einem AOM, der die Frequenz des Lasers um 80 MHz verschiebt. In einem solchen AOM werden Schwingungen in einem Kristall angeregt, die lokale periodische Brechungsindexveränderungen verursachen. Der AOM wirkt also ananlog zu einem optischen Gitter und die Frequenz der ersten Strahlungsordnungn wird aufgrund Impulserhaltung um die Schwingfrequenz des AOMs verschoben. Der andere Arm führt durch eine 10, 524 km lange Faser und wird anschließend mittels eines weiteren PBS wieder mit dem ersten Arm überlagert. Zuletzt kann das Interferenzsignal auf der schnellen Photodiode (Thorlabs PDA10A-EC) betrachtet werden. Die Photodiode besitzt eine Bandbreite von 150 MHz und ist damit in der Lage das Schwebungssignal aufzulösen. Wichtig dabei ist, dass die Intensität nach der Faser ungefähr gleich der Intensität nach dem AOM ist. Für die Strahlaufteilung am Polarisationsstrahlteiler bedeutet dies, dass ein Großteil der Intensität durch die Faser geschickt wird, da die Verluste hier mit einer Abschwächung von circa 20 dB sehr groß sind im Vergleich zum AOM, bei dem circa 20% der Lichtintensität verloren geht.

3.3 elektronik

Der Aufbau der Elektronik ist in Abbildung 3.3 zu sehen.



ABBILDUNG 3.3. Schematische Darstellung der Elektronik.

Das System kann als zwei unabhängige Regelkreise betrachtet werden. Der obere Regelkreis beschreibt die Längenstabilisierung der Cavity und der untere die Stabilisierung des Lasers auf die Cavity. Streng genommen sind drei Regelkreise zu betrachten, nämlich zusätzlich der Regelkreis des stabilisierten 780 nm Laser. Auf diesen soll hier aber nicht näher eingegangen werden.

Das Licht der zwei Laser fällt im Folgenden in die Cavity ein. Die Strahlen sind in Wirklichkeit direkt überlagert, sind aber aus Anschaulichkeitsgründen hier getrennt dargestellt. Zur Stabilisierung der Cavity wird im ersten Schritt der Piezo mittels Scan Modul gescannt. Ist der stabilisierte 780 nm Laser in Resonanz mit dieser, so ist auf der Photodiode ein Intensitätsmaximum zu erkennen. Das Signal der Photodiode wird als Inputsignal des PID Reglers verwendet. Das Errorsignal des PID controllers wird an ein Oszilloskop (kurz Oszi) angeschlossen und mit dem Scan Modul getriggert. Der Slow-Output des PID Reglers ist wiederum mit dem Piezo verbunden. Ist der PID Regler ausgeschaltet, so wird die Cavity gescannt und eine periodische Intensitätsveränderung wird beobachtbar. Dann wird mit Hilfe des PID Reglers die Scan Range um ein Intensitätsmaximum verschmälert, bis ein Lock auf die Flanke des Siganls beim Einschalten möglich wird. Ein Lock beschreibt dabei die Stabilisierung des Lasers auf die Cavity oder umgekehrt. Dieser Lock hängt dann noch von den im Theorieteil besprochenen Verstärkungsfaktoren des PID Controllers ab, welche variiert werden bis der Lock minimal um das gewünschte Signal schwankt und dauerhaft stabil bleibt.

Im zweiten Schritt soll der 1064 nm Laser auf die stabilisierte Cavity gelockt werden. Hierzu wird der Laser gescannt und das Signal der Photodiode analog zum vorherigen Teil in den PID Regler mit angeschlossenem Scan-Modul und Oszilloskop gegeben. Wie in Abschnitt 2.6 angesprochen besitzt der Diodenlaser zwei Anschlüsse zur Modulation der Frequenz und Intensität. Der Slow Output wird im Folgenden an den Piezo des Gitters und der Fast Output an den DC-Modulator der Diode angeschlossen. Da die Spannung an der Diode nur im Bereich von $\pm 0,8$ V moduliert werden kann, wird ein Spannungsteiler angebracht, der die Amplitude des Scans auf etwa 1/8 vermindert. Dann wird wieder analog zum vorherigen Teil im Oszilloskop an ein Intensitätsmaximum reingezoomt und der PID Regler so variiert, dass ein stabiler Lock möglich ist.

CHARAKTERISIERUNG DES RESONATORS

Zu Beginn der Arbeit wurde zunächst versucht einen Laser der Wellenlänge $\lambda = 852$ nm auf die Tomschitz Cavity zu stabilisieren. Dies funktionierte jedoch nur bedingt und der Lock des Laser war nie dauerhaft stabil. In Folge wurde der Laser auf einen 895 nm Laser gewechselt. Hier traten die selben Probleme, nur schwerer, auf. So war nicht einmal ein kurzzeitiger Lock möglich. Durch genaueres Betrachten des Spektroskopiesiganls wurde klar, dass der Laser selbst durch eine Rückreflexion am Resonator gestört wird. Der Optische Isolator vor dem Laser hatte somit nicht genügend Abschwächung, um den rücklaufenden Strahl ausreichend zu blockieren. Hiernach wurde auf den 1064 nm Laser gewechselt. Dieser hatte zwar nicht das Problem mit dem optischen Isolator, aber die Reflektivität der verwendeten Spiegel steigt mit der Wellenlänge, sodass nur noch sehr wenig Licht durch die Cavity kam. In Folge dessen wurde eine zweite ältere Cavity, die Kaspar Cavity, zum Setup hinzugefügt. Deren planare Spiegel haben unbekannte Reflektivität und sind ohne Spiegelhalter an der Cavity befestigt.

4.1 STRAHLANPASSUNG

Zur Strahlanpassung vor der Tomschitz Cavity wird der Strahlradius für drei Positionen der Cavity mittels der Knife Edge Methode bestimmt. Dabei wird als 0 Punkt die Position des planaren Spiegels verwendet. Eine dünne rote Linie zeigt dann die Bedingung 2.44 für den Resonator. Dabei ergibt sich $\omega_0 =$ 140,9 µm. Das Strahlprofil kann dann mittels Gaussianbeam bestimmt werden. Die gemessenen Strahlradien und der resultierende Strahlgang inklusive der gewünschten Strahltaille an Position 0 ist in Abbildung 4.1 abgebildet.



ABBILDUNG 4.1. Strahlprofil vor der Cavity im Programm GaussianBeam.

Die untere Achse ist dabei in mm angegeben. Das Programm gibt einen Gaußsrahl mit der Strahltaille $\omega_1 = 398,9 \,\mu$ m an der Position $-617 \,\text{mm}$ an. Damit ergibt sich nach Gleichung 2.59

$$f > \pi \omega_1 \omega_2 / \lambda = 226,5 \,\mathrm{mm.} \tag{4.1}$$

Es wird eine Linse der Brennweite f = 250 mm verwendet. Im Folgenden wird diese Linse in GaussianBeam eingefügt. Das Programm findet dann die Position der Linse, an der der Strahl des Lasers am besten mit der gewünschten Strahltaille übereinstimmt.



Abbildung 4.2. Strahlprofil vor der Cavity im Programm GaussianBeam mit angepasster Linse.

Das Programm ergibt eine Übereinstimmung von 99,25% bei einer Linsenposition x = -264,5 mm.

Da die Kasper Cavity aus zwei planaren Spiegeln besteht, ist eine Strahlanpassung solcher Art nicht notwendig. Dabei gilt jedoch, dass je größer der Gaußstrahl ist, und je besser kollimiert, desto mehr Photonen erfüllen die Resonanzbedingung der Ebenen Wellen und produzieren die in Abschnitt 2.2.1 erklärte Transmissionskurve.

4.2 FREIER SPEKTRAL BEREICH UND FINESSE

Um den freien Spektralbereich zu bestimmen wird zunächst der 780 nm Laser über einen großen Bereich von etwa ein paar GHz gescannt. Da nicht eindeutig klar ist, wie linear der Scan verläuft, wird eine weitere möglichst große Cavity eingebaut und die Abstände zwischen den vielen Peaks auf 1 normiert. Dann kann mit den atomaren Übergängen eine relative Frequenzachse definiert werden. Als Referenz wird der Abstand von ⁸⁷Rb $5S_{1/2}$ *F*=2 zu ⁸⁷Rb $5P_{3/2}$ *F*=3 und ⁸⁵Rb $5S_{1/2}$ *F*=3 zu ⁸⁵Rb $5P_{3/2}$ *F*=3 gewählt. Da unterschiedliche Isotope beteiligt sind, ist dies zwar kein atomarer Übergang an sich, dennoch ist er wohldefiniert und geeigneter für unsere Anwengung. Der Abstand zwischen diesen Übergängen beläuft sich auf 1005, 9 MHz [12, 13] und liegt so etwa in dem Bereich FSR der Tomschitz Cavity. Ist der gewählte Übergang zur Frequenzachsenkalibrierung sehr klein, so wird der Fehler der FSR größer.

Nach der Kalibrierung der Frequenzachse kann der Freie Spektralbereich und die Linienbreite der Cavities bestimmt werden. In Abbildung 4.3 und 4.4 ist jeweils das Spektroskopiesignal der Sättigungsspektroskopie, die Peaks der langen Cavity und die Peaks der zu vermessenden Cavity zu sehen. Die Achsenreferenzen der Atomaren Übergänge sind mit vertikalen Linien gekennzeichnet.



ABBILDUNG 4.3. Signal der langen Cavity, der Kaspar Cavity und des Spektroskopiesignals beim scannen des 780 nm Lasers.



ABBILDUNG 4.4. Signal der langen Cavity, der Tomschitz Cavity und des Spektroskopiesignals beim scannen des 780 nm Lasers.

Aus Anschaulichkeitsgründen werden auf die Messwerte der Spektroskopie und der langen Cavity ein Offset addiert, alle Amplituden in ein angemessenes Verhältnis gebracht und die Maximalamplitude auf 1 normiert. Zur Bestimmung des freien Spektralbereichs werden Lorentzfunktionen an die Hauptmoden gefittet und über die Fitparameter die Verschiebung der x-Achse bestimmt. Dann werden die Abstände benachtbarter Hauptmoden bestimmt und am Ende über alle gemittelt. Die Fehler ergeben sich aus den Fehlern der Fitparameter. Für die Tomschitz Cavity ergibt sich somit ein freier Spektralbereich von

$$\delta v_{\rm T} = 0.9283 \pm 0,0001 \,{\rm GHz}$$

und für die Kaspar Cavity analog

$$\delta v_{\rm K} = 0.5105 \pm 0,0001 \,{\rm GHz}$$

Der Index T weist im Folgenden immer auf die Tomschitz Cavity und K auf die Kaspar Cavity hin. Über Gleichung 2.35 kann wieder auf die Länge der Cavities rückgeschlossen werden. Es folgt $d_T = 16, 15 \text{ cm}$ und analog $d_K = 29, 4 \text{ cm}$. Die Tomschitz Cavity ist auf eine Länge von 15 cm konzipiert, da hier aber ein Nebenmode mit der Hauptmode zusammenfällt, wurde der konkave Spiegel in dem Linsenhalter etwa 1 cm nach hinten verschoben und mittels Halterringen fixiert. Für die Kasper Cavity existieren keine technischen Baupläne, der Abstand wird daher einfach mittels Meterstab auf 30 cm bestimmt. Damit stimmen die gemessenen Längen der Cavities gut mit den errechneten Werten überein.

Im nächsten Schritt wird die Linienbreite der Cavities bestimmt. Dazu wird die Hauptmodenpeaks näher betrachtet und eine Lorentzfunktion der Form

$$I(\nu) = \frac{A}{(\nu - B)^2 + (C/2)^2} + D$$
(4.2)

gefittet. Dabei entspricht *A* der Amplitude, *B* einer Verschiebung in der Frequenzachse, *C* der Halbwertsbreite und *D* einem Offset. Die Intensität wird im Folgenden auf 1 normiert. Ein Voigt Profil kann ebenso an die Peaks gefittet werden, liefert dabei aber nur minimal unterschiedliche Werte, weswegen ein Lorentzfit für diese Anwendung ausreicht. In den Abbildungen 4.5 und 4.6 ist jeweils an einen Peak hereingezoomt und der zugehörige Lorentzfit zu den Messwerten abgebildet.



ABBILDUNG 4.5. Signal der Kaspar Cavity beim Scannen des 780 nm Lasers im Nahbereich einer Hauptmode.



ABBILDUNG 4.6. Signal der Tomschitz Cavity beim Scannen des 780 nm Lasers im Nahbereich einer Hauptmode

Diese Fits werden für alle weiteren Peaks im Scanbereich durchgeführt und ein Mittel aus den Halbwertsbreiten der Cavities bestimmt. Für die Tomschitz Cavity ergibt sich somit

$$\Delta
u_{\mathrm{T}} = 4,81 \pm 0,05\,\mathrm{MHz}$$

und für die Kasper Cavity analog

$$\Delta \nu_{\rm K} = 14,46 \pm 0,04 \,{\rm MHz}$$

Die Fehler ergeben sich aus den Fits.

Wie in Abschnitt 2.2.1 erläutert ist die Finesse das Verhältnis des freien Spektralbereichs δv und der Halbwertsbreite Δv und hängt nur von der Reflektivität der Spiegel ab. Es folgt für beide Cavities:

$$F_{\rm T} = \frac{\delta \nu_{\rm T}}{\Delta \nu_{\rm T}} = 193,06 \pm 2,03,$$
$$F_{\rm K} = 35.31 \pm 0,11.$$

Die Fehler ergeben sich aus einer Fehlerfortpflanzung. Damit kann wiederum die Reflektivität der Spiegel bestimmt werden. Durch Umformung von 2.34 folgt:

$$R_{\rm T} = 0,9839 \pm 0,0002,$$

$$R_{\rm K} = 0,9149 \pm 0,0003.$$

Wie zu erwarten hat die Kaspar Cavity eine relativ niedrige Reflektivität und die Tomschitz Cavity eine vergleichsweise hohe. Da kein Spektroskopiesetup am 1064 nm Laser zur Verfügung steht, kann die Finesse und die Reflektivität bei 1064 nm nicht analog berechnet werden. Die Reflektivität der Spiegel steigt aber mit der Wellenlänge. Deshalb muss die Reflektivität und Finesse der Cavity beim 1064 nm Laser höher als bei den errechneten Werten für 780 nm sein. Durch eine steilere Flanke des Locks kann die Länge der Cavity auf einen schmaleren Bereich reduziert werden, insofern der PID Regler noch schnell genug mitregeln kann. Die Qualität des Locks ist damit durch den Lock der Cavity begrenzt, da die Flanke der Intensitätskurve, auf die gelockt wird, breiter ist.

4.3 ANALYSE DER FREQUENZSTABILISIERUNG

Für die Analyse des Locks wird die selbstheterodyne Interferenz für den 1064 nm Laser, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, durchgeführt. Die Photodiode wird im Folgenden an einen Spektrumanalysator angeschlossen.

Da der Spektrumanalysator nur Werte in dBm ausgibt werden diese noch in Spannung an der Photodiode umgerechnet. Für den Leistungspegel gilt

$$P_{\rm D} = 10^{\frac{S(\rm dBm)}{10}} \cdot 1\,\rm mW. \tag{4.3}$$

Dabei ist S die Leistung am Spektrumanalysator in dBm. Mit einem Abschlusswiderstand von 50 Ω folgt dann für die Spannung an der Potodiode mit $U = \sqrt{P \cdot R}$

$$U_{\rm D} = \sqrt{\frac{10^{\frac{S(\rm dBm)}{10}}}{1000}} \cdot 50 \cdot 1000 \,\rm mV. \tag{4.4}$$

Der Spektrumanalysator gibt immer einen oberen und unteren Wert des Leistungspegels bei allen Frequenzen aus. Diese werden im folgenden gemittelt. Die Scans erfolgen bei einer Sweep Time von 11,66 s bei einer Video-Bandwidth (VBW) von 300 Hz und einer Radio-Bandwidth (RBW) von 30 kHz. Jetzt wird die normierte Intensität gegen die relative Frequenz ν aufgetragen. Ein Plot mit Lorentzfits analog zu 4.2 folgt in Abbildung 4.7.



ABBILDUNG 4.7. Vergleich der normierten Laserspektren mit gelocktem und freilaufendem Laser.

Aus den Fits kann die Halbwertsbreite des Spektrums abgelesen werden. Die Fits werden für jeweils 5 Messreihen durchgeführt und dann gemittelt. Die Halbwertsbreite des Lasers ergibt sich somit nach Gleichung 2.67 als die Hälfte der gemessenen Halbwertsbreite. Für die Halbwertsbreite des gelockten Lasers folgt damit

$$\Delta v_{\rm l} = 136, 4 \pm 5, 3 \, \rm kHz.$$

Analog ergibt sich für den freien Laser

$$\Delta \nu_{\rm f} = 200, 2 \pm 4, 5 \,\mathrm{kHz}$$

Die Fehler ergeben sich dabei aus den Fits. Wie in der Theorie erläutert wird hier ein lorentzförmiges Spektrum und damit ein konstantes Rauschen des Lasers angenommen. Ein 1/f Rauschen des Lasers würde mit hinreichender Genauigkeit zu einem Gaußförmigen Spektrum führen [18], dessen Faltung zu einem Spektrum führt, dessen Halbwertsbreite $\sqrt{2}$ mal so groß ist. Die hier bestimmte Halbwertsbreite des Lasers als Lorentzfit ist als untere Grenze der Halbwertsbreite zu betrachten. Die Reale Halbwertsbreite (bei unendlichen Verzögerungszeiten) liegt zwischen 1/2 und $1/\sqrt{2}$ mal der gemessenen Halbwertsbreite. Da in unserem Fall ein Lorentzfit zu deutlich kleineren root-mean-square-error der Fitfunktion führt, überwiegt das Lorentzspektrum, was die Annahme gerechtfertigt.

Ein wichtiger Faktor zur Interpretation dieser Messwerte ist die Verzögerungszeit τ_0 der langen Faser. Diese wurde in der Vergangenheit auf 52 ± 1 μs für 780 nm Licht bestimmt [19]. Da sich der Brechungsindex der Faser nur sehr langsam mit der Frequenz ändert, wird für 1064 nm Licht eine minimal kleinere Verzögerungszeit angenommen. Wird diese mit 50 μ s angenommen, so ergibt sich als Kehrwert der Verzögerungszeit die Kohärenzzeit des Lasers

$$\frac{1}{\tau_0} = 20 \text{ kHz.} \tag{4.5}$$

Wie in der Theorie erklärt ist dies die minimale Linienbreite bei der sich das Schwebungssignal als Faltung der Linienformen des Lasers ergibt und gibt die Aufösungsgrenze dieses Verfahrens an.

Im Folgenden wird der Lock nur mittels Piezo des Gitters oder mittels Strom an der Diode verglichen. Hierzu sind die Intensitäten der verschiendenen Locks in Abbildung 4.8 gegen die relative Frequenz ν aufgetragen.



ABBILDUNG 4.8. Vergleich der normierten Laserspektren mit Piezo gelocktem Laser und Strom gelocktem Laser.

Analog zum vorherigen Teil ergeben sich wieder die Halbwertsbreiten der Laserspektren. Für den reinen Piezo Lock folgt

$$\Delta \nu_{\rm lp} = 171, 4 \pm 3, 0 \, \rm kHz.$$

Analog hierzu ergibt sich für den Strom Lock

$$\Delta v_{\rm ls} = 125, 9 \pm 3, 1 \, \rm kHz.$$

Damit ist gezeigt, dass ein Lock des Lasers auf die Cavity die Halbwertsbreite des Laserspektrums verschmälert. Der Lock nur mittels Strom an der Laserdiode

liefert dabei die beste Halbwertsbreite. Dieser Lock ist aber problematisch, da sich die Spannung an der Diode nur von ± 0.8 V modulieren lässt und selbst bei voller Amplitude keine 2 Hauptmaxima erkennbar sind. Somit könnte der Laser eventuell aus dem Lock fallen, da der Strom bei einem thermischen Drift in eine Richtung irgendwann nicht mehr nachregeln kann. Der Lock mittels Strom und Piezo liefert etwas schlechtere Linienbreiten, hat dafür aber nicht dieses Problem. Im Verlauf der Arbeit wurde ein Fabry-Pérot-Interferometers zur Frequenzstabilisierung von Rydberg Lasern realisiert. Dazu wurden zwei Cavities aufgebaut. Ein Lock mit der Tomschitz Cavity war nicht möglich, da die Spiegel eine zu hohe Reflektivität für das 1064 nm Licht besitzen, da dies aber das zukünftige Transfercavity Design des Instituts wird, wurde es dennoch charakterisiert. Zur Charakterisierung wurde über den 780 nm Laser gescannt und über ein Spektroskopiesignal und eine lange Cavity die Frequenzachse kalibriert. Dabei ergab sich der freie Spektralbereich, die Halbwertsbreite, die Finesse, und die Reflektivität:

$$\delta \nu_{\rm T} = 928, 3 \pm 0, 1 \,{\rm MHz},$$

 $\Delta \nu_{\rm T} = 4, 81 \pm 0, 05 \,{\rm MHz},$
 $F_{\rm T} = 193, 06 \pm 2, 03,$
 $R_{\rm T} = 0,9839 \pm 0,0002.$

Für die Kaspar Cavity folgte analog:

 $\delta v_{\rm K} = 510, 5 \pm 0, 1 \,{\rm MHz},$ $\Delta v_{\rm K} = 14, 46 \pm 0, 04 \,{\rm MHz},$ $F_{\rm K} = 35, 31 \pm 0, 11,$ $R_{\rm K} = 0,9149 \pm 0,0003.$

Damit sind die Cavities für 780 nm Laserlicht charakterisiert. Da kein Spektroskopiesetup am 1064 nm Laser vorhanden war, konnte die Frequenzachse nicht kalibriert und damit die Finesse nicht für diese Wellenlänge bestimmt werden. Da bei den verwendeten Spiegeln die Reflektivität mit zunehmender Wellenlänge ansteigt, ergibt sich ein höherer Wert der Finesse und Reflektivität. Des Weiteren bleibt der freie Spektralbereich aufgrund der selben Cavitylänge konstant und nur die Reflektivität der Spiegel und damit die Halbwertsbreite der Peaks wird unterschiedlich. Eine kleinere Halbwertsbreite bedeutet ebenso eine steilere Flanke für den Lock. Dabei gilt im allgemeinen je steiler die Flanke, desto schmaler ist der Bereich auf den die Länge der Cavity geregelt werden kann, vorausgesetzt der PID Regler kann schnell genug nachregulieren. Der Lock wird somit stabiler. Der Lock der Cavities auf den 780 nm Laser ist damit der einschränkende Faktor für den Lock des Gesamtsystems und nicht der Lock des Lasers auf die gelockte Cavity.

Im nächsten Schritt wurde der Lock der Kaspar Cavity mit dem selbst heterodyn Interferenzverfahren untersucht. Dabei wurde sowohl auf DC-Modulator der Laserdiode als auch auf den Piezo des Gitters und beide gleichzeitig gelockt. Der freilaufende Laser liefert wie zu erwarten die schlechteste Halbwertsbreite des Laserspektrums

$$\Delta v_{\rm f} = 200, 2 \pm 4, 5 \, \rm kHz.$$

Der Lock nur mittels Strom lieferte die schmalste Halbwertsbreite mit

$$\Delta v_{\rm ls} = 125, 9 \pm 3, 1 \, \rm kHz$$

Eine minimal größere Halbwertsbreite lieferte ein Strom und Piezo Lock mit

$$\Delta v_1 = 136, 4 \pm 5, 3 \text{ kHz}.$$

Der Lock nur mittels Piezo ergab

$$\Delta \nu_{\rm lp} = 171, 4 \pm 3, 0 \, \rm kHz.$$

Damit wurde gezeigt, dass der Lock die Linienbreite des Lasers verschmälert. Der Lock mittels Piezo und Strom ist dabei zu bevorzugen, da dieser die stabilste Performance liefert. Ein Lock nur mittels Strom kann nach einiger Zeit aus Resonanz driften, da sich nur ein kleiner Scanbereich für die Modulation am Diodenstrom ergibt. Ein Vergleich des gelockten und freien Lasers liefert eine 32% Verschmälerung der Halbwertsbreite. Diese ist jedoch nicht der einzige Sinn des Laser Locks. Durch den Lock der Cavity auf den stabilisierten 780 nm Laser werden thermische Drifts ausgeschlossen und das Lasersetup bleibt auch für langzeitige Messungen stabil.

Im nächsten Schritt wären neue Spiegel zu finden, deren Reflektivität für beide Wellenlängen annähernd gleich bleiben. Dann sollte ein Lock des Lasers noch schmalere Halbwertsbreite liefern, insofern dieser nicht durch andere Faktoren beeinträchtigt wird. Durch den praktischen Aufbau können die Spiegel bei der Tomschitz Cavity einfach ausgebaut und ersetzt werden und der neue Lock mit dem alten verglichen werden. Da aber spezielle Spiegel mit polierter Rückseite nötig sind, die lange Lieferzeiten beanspruchen, war dies nicht möglich im Verlauf der Bachelorarbeit durchzuführen.

- [1] W. K. Wootters und W. H. Zurek: *The no-cloning theorem*. Physics Today, 62(2):76–77, 2009, ISSN 0031-9228.
- [2] T. F. Gallagher: *Rydberg atoms*. Reports on Progress in Physics, 51(2):143– 188, 1988, ISSN 0034-4885.
- [3] M. D. Lukin, M. Fleischhauer, R. Cote, L. M. Duan, D. Jaksch, J. I. Cirac und P. Zoller: *Dipole blockade and quantum information processing in mesoscopic atomic ensembles*. Physical review letters, 87(3):037901, 2001, ISSN 0031-9007.
- [4] M. M. Müller, A. Kölle, R. Löw, T. Pfau, T. Calarco und S. Montangero: *Room-temperature Rydberg single-photon source*. Physical Review A, 87(5), 2013, ISSN 1050-2947.
- [5] Y. O. Dudin und A. Kuzmich: *Strongly interacting Rydberg excitations of a cold atomic gas.* Science (New York, N.Y.), 336(6083):887–889, 2012.
- [6] T. Peyronel, O. Firstenberg, Q. Liang, S. Hofferberth, A. V. Gorshkov, T. Pohl, M. D. Lukin und V. Vuletić: *Quantum nonlinear optics with single photons enabled by strongly interacting atoms*. Nature, 488(7409):57–60, 2012.
- [7] F. Ripka, H. Kübler, R. Löw und T. Pfau: A room-temperature single-photon source based on strongly interacting Rydberg atoms. Science (New York, N.Y.), 362(6413):446–449, 2018.
- [8] H. Kogelnik und T. Li: *Laser beams and resonators*. Proceedings of the IEEE, 54(10):1312–1329, 1966, ISSN 0018-9219.
- [9] Gaussian Beam.: *Knife Edge Measurment, zuletzt aufgerufen: 28.10.18,* "http://www.physics.iitm.ac.in/~ph5060/manuals/Gaussianlaserbeam.pdf".
- [10] Tabelle Standardnormalverteilung: *zuletzt aufgerufen:* 25.10.18, "https://de.wikibooks.org/wiki/Tabelle_Standardnormalverteilung".
- [11] J. M. Vaughan: The Fabry-Perot interferometer: History, theory, practice and applications. The Adam Hilger series on optics and optoelectronics. Hilger, Bristol, 1989, ISBN 0852741383. http://www.loc.gov/catdir/enhancements/ fy0705/88028467-d.html.
- [12] D. A. Steck: *Rubidium 87 D Line Data*, Version 2.1.5 last revised 13 January 2015 "https://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.pdf".
- [13] D. A. Steck: *Rubidium 85 D Line Data*, Version 2.1.6, last revised 20 September 2013 "https://steck.us/alkalidata/rubidium85numbers.pdf".

- [14] P. Gallion und G. Debarge: Quantum phase noise and field correlation in single frequency semiconductor laser systems. IEEE Journal of Quantum Electronics, 20(4):343–349, 1984, ISSN 0018-9197.
- [15] M. Nazarathy, W. V. Sorin, D. M. Baney und S. A. Newton: *Spectral analysis of optical mixing measurements*. Journal of Lightwave Technology, 7(7):1083–1096, 1989, ISSN 07338724.
- [16] C. Tomschitz: A photoionization scheme to create cold ionic impurities from *Rydberg atoms*. Masterthesis, 2018.
- [17] P. Kaspar: Aufbau und Charakterisierung eines frequenzverdoppelten Lasersystems für die Zwei-Photonen Rydberg Andregung von Rubidium. Bachelorthesis, 15. Oktober 2015.
- [18] L. B. Mercer: 1/f frequency noise effects on self-heterodyne linewidth measurements. Journal of Lightwave Technology, 9(4):485–493, 1991, ISSN 07338724.
- [19] Jonathan Balewsk: *Hochauflösende Photoassoziationsspektroskopie von Rydberg-Dimeren und Trimeren*. Diplomarbeit, Dezember 2009.

DANKSAGUNG

Zuerst möchte ich Tilman Pfau dafür danken, dass er es mir ermöglicht hat meine Bachelorarbeit am 5. Physikalischen Institut der Universität Stuttgart durchzuführen.

Des Weiteren danke ich Harald Kübler, für das Vorstellen des Themas und der Beantwortung vieler Fragen.

Ich danke Florian Christaller für die Betreuung, die Hilfe im Labor und das Korrekturlesen dieser Arbeit. Des Weiteren Danke ich Fabian Ripka für das Korrekturlesen und die Beantwortung vieler Fragen. Ein Weiterer Dank geht an Christian Tomschitz und Patrick Kaspar für das Bereitstellen des Cavity-Designs bzw. der Cavity.

Außerdem danke ich Valentin Zimmermann und Kai Bitzer, die das gesamte Studium zu einer sehr angenehmen Zeit machten. Des Weiteren danke ich all jenen Mitgliedern des 5. Physikalischen Instituts der Universität Stuttgart, die mir bei zahlreichen Fragen eine große Hilfe waren.

Zuletzt möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, die mich zu jeder Zeit Unterstützt haben und mir das Leben so einfach wie möglich machten. Für das Sorgen meines leiblichen Wohls geht besonderer Dank an meine Mama und Oma.