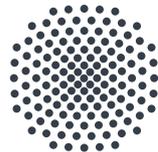


# **Frequenzmodulationsspektroskopie in Alkali-Dampfgefüllten Hohlfasern**

Bachelorarbeit

Christoph Pitzal

20. August 2017



**Universität Stuttgart**

5. Physikalisches Institut

Prüfer: Prof. Dr. Tilman Pfau



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ehrenwörtliche Erklärung</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Einleitung</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>7</b>
3.1	Rubidium . . . . .	7
3.2	Laserspektroskopie . . . . .	9
3.3	Doppler-Effekt . . . . .	9
3.4	Optische Dichte . . . . .	9
3.5	EOM . . . . .	10
3.6	Kramers-Kronig-Relation . . . . .	11
3.7	Frequenzmodulationsspektroskopie . . . . .	12
3.7.1	Simulation des frequenzmodulierten Signals . . . . .	14
3.8	Kapillare . . . . .	18
3.9	LIAD . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Test verschiedener EOMs</b>	<b>22</b>
<b>5</b>	<b>Simulation des zu erwartenden Signals bei Frequenzmodulationsspektroskopie</b>	<b>26</b>
<b>6</b>	<b>Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Rubidiumdampfzelle</b>	<b>28</b>
<b>7</b>	<b>Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Hohlfasern</b>	<b>32</b>
<b>8</b>	<b>Messung der optischen Dichte</b>	<b>36</b>
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>39</b>
<b>10</b>	<b>Quellen</b>	<b>40</b>
<b>11</b>	<b>Anhang</b>	<b>41</b>



## 1 Ehrenwörtliche Erklärung

Ich versichere hiermit nach §24(7) der Prüfungsordnung 2012, dass

1. ich meine Arbeit selbständig verfasst habe,
2. ich keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt und alle wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken übernommenen Aussagen als solche gekennzeichnet habe,
3. die eingereichte Arbeit weder vollständig noch in wesentlichen Teilen Gegenstand eines anderen Prüfungsverfahrens gewesen ist,
4. ich die Arbeit weder vollständig, noch in Teilen bereits veröffentlicht habe, es sei denn, der Prüfungsausschuss hat die Veröffentlichung vorher genehmigt, und
5. der Inhalt des elektronischen Exemplars mit dem des Druckexemplaren übereinstimmt.

Stuttgart, den 20.08.2017

Christoph Pitzal

---

Ort, Datum

---

Unterschrift

## 2 Einleitung

Ziel dieser Arbeit ist es herauszufinden, ob die Untersuchung von Hohlfasern mit Hilfe der Frequenzmodulationsspektroskopie Vorteile gegenüber anderen Arten der Spektroskopie birgt. Eine starke Vermutung liegt darin, dass die Frequenzmodulationsspektroskopie sich sehr gut für die Hohlfasern eignet, da sie auf Grund ihrer Funktionsweise sofort den Offset im Spektrum eliminiert und so eine hohe Präzision bei einer geringen Anzahl an absorbierenden Atomen aufweist.

Die Arbeit mit Hohlfasern birgt Vorteile gegenüber der Arbeit mit Dampfzellen. In Hohlfasern kann ein großes Moden-Überlapp-Volumen trotz eines kleinen Moden-Querschnitts durch eine lang geführte Mode herbeigeführt werden. Außerdem bietet eine Hohlfaser ein genau bestimmtes Messgebiet, was den Vergleich zwischen Experimenten erleichtert. Man kann die Lichtzuleitung einfacher gestalten, da man nur von einem Lichtleiter in den anderen übergehen muss. Zudem hat man so Kontrolle über die Modenstruktur des Lichtfeldes. Hohlfasern können deutlich kleiner als Dampfzellen gebaut werden und fast alle Atome, die sich in der Hohlfaser befinden, absorbieren auch Licht. Durch die geringere Größe kann man Hohlfasern leichter in Experimente oder andere Geräte integrieren.

In früheren Arbeiten, die am 5. Physikalischen Institut der Universität Stuttgart durchgeführt wurden, untersuchte man bereits die Eigenschaften von Alkali-Dampfgefüllten Hohlfasern.

In dieser Arbeit wird die Funktionsweise von mehreren Elektrooptischen Modulatoren getestet. Anschließend wird an einer Dampfzelle und an einer Hohlfaser Frequenzmodulationsspektroskopie betrieben und miteinander verglichen. Zuletzt wird eine Messung mit Hilfe der Frequenzmodulationsspektroskopie zur Bestimmung der optischen Dichte innerhalb einer Hohlfaser durchgeführt.

### 3 Theoretische Grundlagen

#### 3.1 Rubidium

In dieser Arbeit wurden alle spektroskopischen Messungen an Rubidium vorgenommen. Rubidium ist ein Element der ersten Hauptgruppe und hat deshalb ein Valenzelektron. Von Rubidium liegt das stabile Isotop  $^{85}\text{Rb}$  mit einer Häufigkeit von 72,17 % und das semistabile Isotop  $^{87}\text{Rb}$  mit einer Häufigkeit von 27,83 % vor. Einige physikalische Eigenschaften der beiden Rubidiumisotope sind in Tabelle 1 aufgelistet:

		$^{85}\text{Rb}$	$^{87}\text{Rb}$
Ordnungszahl	$Z$	37	37
Nukleonenzahl	$Z + N$	85	87
Kernspin	$I$	5/2	3/2
atomare Masse	$m$	84.91 u	86.91 u
Halbwertszeit	$T_{1/2}$	-	$4,81 \cdot 10^{10}$ Jahre
Dichte	$\rho_m(25^\circ\text{C})$	$1.53\text{g}/\text{cm}^3$	$1.53\text{g}/\text{cm}^3$
Dampfdruck	$P_v(25^\circ\text{C})$	$5.23 \cdot 10^{-7}\text{mbar}$	$5.23 \cdot 10^{-7}\text{mbar}$
D1-Linie Frequenz [THz]		377,107385690	377,107463380
D1-Linie Lebensdauer [ns]		27,679	27,679
D2-Linie Frequenz [THz]		384,230406373	384,2304844685
D2-Linie Lebensdauer [ns]		26,2348	26,2348

Tabelle 1: Einige physikalische Eigenschaften der beiden natürlich vorkommenden Rubidiumisotope [1]

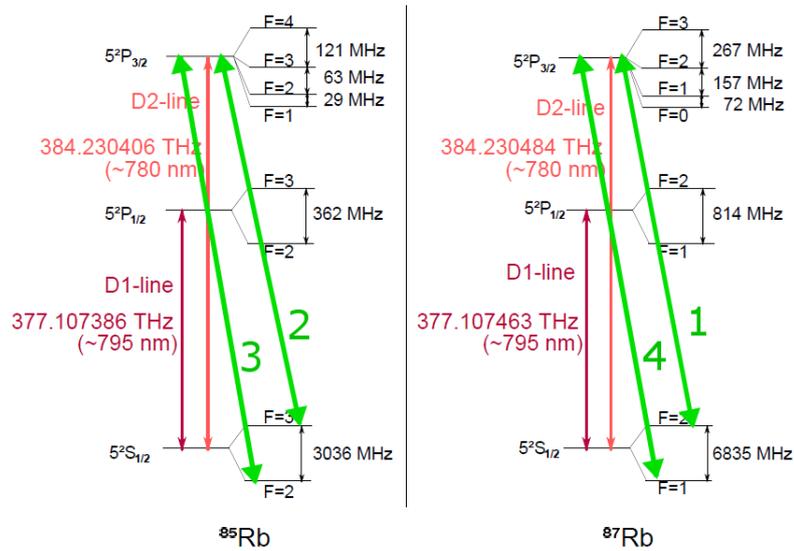


Abbildung 1: Energieschemata der beiden natürlichen Rubidiumisotope [2]

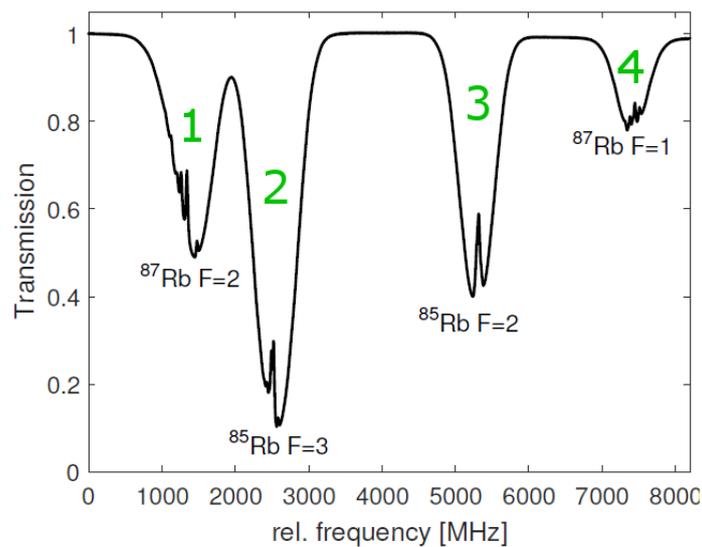


Abbildung 2: D2-Linie von Rubidium mit Kennzeichnung der unterschiedlichen Peaks aufgenommen mit dopplerfreier Sättigungsspektroskopie [2]

In Abb. 1 ist das Energieschema der beiden Rubidiumisotope zu sehen. Zur Untersuchung der Frequenzmodulationsspektroskopie wurde speziell die D2-Linie von Rubidium betrachtet. Eine Aufnahme des Rubidiumspektrums an der D2-Linie mit Hilfe von dopplerfreier Sättigungsspektroskopie ist in Abb. 2 abgebildet. Man erkennt, dass hier nicht ein Peak vorliegt, sondern vier einzeln gekennzeichnete Peaks. Die entsprechenden Übergänge sind mit 1 bis 4 in grün in Abb. 1 markiert.

### 3.2 Laserspektroskopie

Als Laserspektroskopie werden Verfahren bezeichnet, bei denen mit Hilfe eines Lasers, meist das Absorptions- oder Transmissionsspektrum von Atomen oder Molekülen aufgezeichnet wird. Die Laserspektroskopie ist ein wichtiges Hilfsmittel zur Untersuchung der Eigenschaften von Atomen und Molekülen.

### 3.3 Doppler-Effekt

Der Doppler-Effekt bezeichnet die Frequenzveränderung einer Welle, die von einem relativ zum Beobachter bewegten Sender abgeschickt wird. Bekannt ist vor allem der akustische Doppler-Effekt. Doch auch im Bereich von Atomen wirkt der Doppler-Effekt [3]. Bewegt sich ein angeregtes Atom und entsendet dann ein Photon, dann verändert sich die Frequenz des Photons abhängig von der Relativgeschwindigkeit zum Beobachter. Wir betrachten in den folgenden Experimenten Gase aus Alkaliatomen. Diese Gase haben eine endliche Temperatur, das bedeutet, die Atome bewegen sich.

Die Peaks der D2-Linie von Rubidium aus Abb. 2 sind zunächst scharfe Peaks, da ein Übergang genau eine Frequenz absorbiert. Diese Peaks sind aber in Wirklichkeit nicht scharf, sondern sind schon durch die natürliche Linienbreite verbreitert. Hinzu kommt auch noch die Doppler-Verbreiterung der Peaks. Durch die thermische Bewegung der Atome können die Atome, die sich gegen den Verlauf des eintreffenden Strahl bewegen eine niedrigere Frequenz absorbieren und Atome die sich mit dem eintreffenden Strahl bewegen eine höhere Frequenz absorbieren. Durch diesen Prozess wird der Absorptionspeak erneut breiter. Diese Verbreiterung ist abhängig von der Temperatur des Gases.

### 3.4 Optische Dichte

Man betrachte ein Medium. Dieses Medium wird von einem Lichtstrahl durchquert. Durch Absorption innerhalb des Mediums ist die Intensität nach dem Durchqueren des Mediums geringer als zu Beginn, wie in Abb. 3 verdeutlicht ist. Der Verlust an Intensität eines Lichtstrahls, der ein Medium durchquert, kann über das Lambert-Beersche Gesetz [4] ausgerechnet werden:

$$I(L) = I_0 \exp(-\gamma L) \quad (1)$$

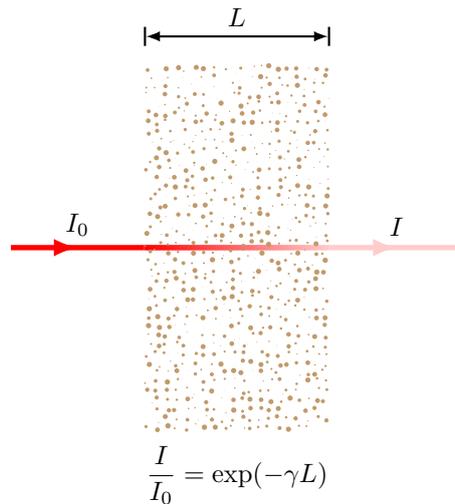


Abbildung 3: Graphische Verdeutlichung des Lambert-Beerschen Gesetzes

Hierbei steht  $I$  für die Intensität nach dem Durchqueren,  $I_0$  für die anfängliche Intensität,  $\gamma$  ist der Absorptionskoeffizient und  $L$  die Dicke des Mediums. Zur Charakterisierung von Medien wird nun die optische Dichte  $OD$  eingeführt. Sie ist folgendermaßen definiert:

$$OD = \log_{10} \left( \frac{I_0}{I(d)} \right) \quad (2)$$

### 3.5 EOM

Ein elektrooptischer Modulator (EOM) ist ein Gerät, das einen eintreffenden Laserstrahl moduliert. Die Modulation kann in der Phase oder der Polarisation des Strahls liegen. Der schematische Aufbau eines EOM ist in Abb. 4 zu sehen.

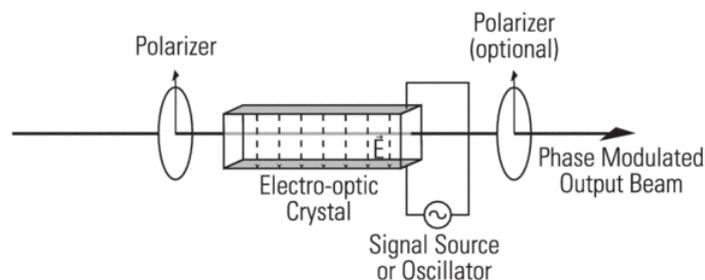


Abbildung 4: Schematischer Aufbau eines elektrooptischen Modulators [5]

In dieser Arbeit wird ein EOM benötigt, der die Phase eines Laserstrahls modellieren kann. Im Prinzip besteht ein EOM nur aus einem elektrooptischen Kristall. An diesem

Kristall wird von außen eine hochfrequente Wechselspannung angelegt. Wenn der achsenabhängige Brechungsindex eines Materials sich durch Anlegen eines elektrischen Feldes ändert, so spricht man vom elektrooptischen Effekt. Ist diese Änderung linear, wird der Effekt als Pockels-Effekt bezeichnet. Der Pockels-Effekt beschreibt die Modulation des Brechungsindex  $\Delta n$  durch:

$$\Delta n = n_0^3 \cdot r_{\text{eff}} \cdot E \quad (3)$$

Wobei  $n_0$  den unmodifizierten Brechungsindex darstellt,  $r_{\text{eff}}$  den effektiven elektrooptischen Tensor und  $E$  das Elektrische Feld. Durch den Pockels-Effekt wird der Brechungsindex periodisch variiert. Dadurch wird die Phase des Lasers, das durch den Kristall propagiert, periodisch variiert. Der elektrooptische Kristall verändert seinen Brechungsindex nur in Richtung des E-Felds, das am Kristall angelegt wird. Die beiden in Abb. 4 dargestellten Polarisatoren sind dazu da, damit der gesamte Strahl amplitudenmoduliert wird. Das Material der im Experiment verwendeten EOMs ist Kaliumtitanylphosphat (KTP). KTP ist ein optisch einachsiger Kristall und hat die elektrooptischen Koeffizienten  $r_{13} = 8,8\text{pm/V}$ ,  $r_{23} = 13,8\text{pm/V}$ ,  $r_{33} = 35,0\text{pm/V}$ ,  $r_{51} = 6,9\text{pm/V}$ ,  $r_{42} = 8,8\text{pm/V}$  [6].

### 3.6 Kramers-Kronig-Relation

Absorption und Dispersion sind nicht unabhängig voneinander. Daher kann man beide mit der komplexwertigen dielektrischen Funktion  $\varepsilon(\omega)$  beschreiben, wobei  $\omega$  eine komplexe Variable ist. Diese Funktion hat die Eigenschaft, dass  $\text{Re } \varepsilon(\omega)$  die Dispersion und  $\text{Im } \varepsilon(\omega)$  die Absorption einer elektromagnetischen Welle in einem Medium beschreibt. Kennt man den Realteil, lässt sich der Imaginärteil berechnen und umgekehrt. Die Beziehung zwischen Real- und Imaginärteil liefern die Kramers-Kronig-Relationen [7]:

$$\text{Re } \varepsilon(\omega) = 1 + \frac{2}{\pi} \text{P} \int_0^\infty d\omega' \frac{\omega' \text{Im } \varepsilon(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} \quad (4)$$

$$\text{Im } \varepsilon(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} \text{P} \int_0^\infty d\omega' \frac{\text{Re } \varepsilon(\omega') - 1}{\omega'^2 - \omega^2} \quad (5)$$

Beispielhaft ist in Abb. 5 eine Lorentzkurve als Realteil einer komplexen Funktion gezeichnet und der über die Kramers-Kronig-Relation berechnete Imaginärteil abgebildet.

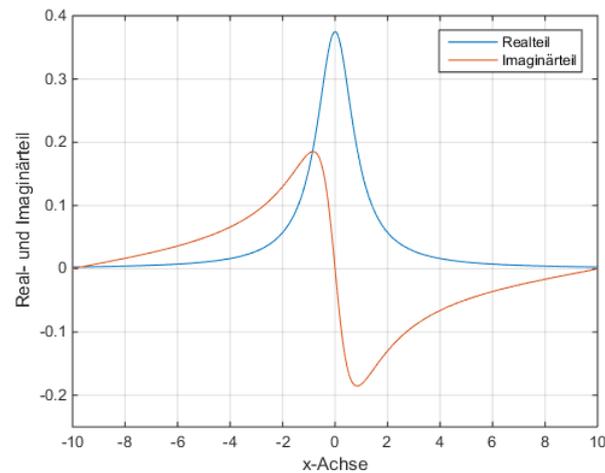


Abbildung 5: Lorentzkurve (blau) als Realteil einer komplexen Funktion und über Kramers-Kronig-Relation berechneten Imaginärteil (rot) der Funktion

### 3.7 Frequenzmodulationsspektroskopie

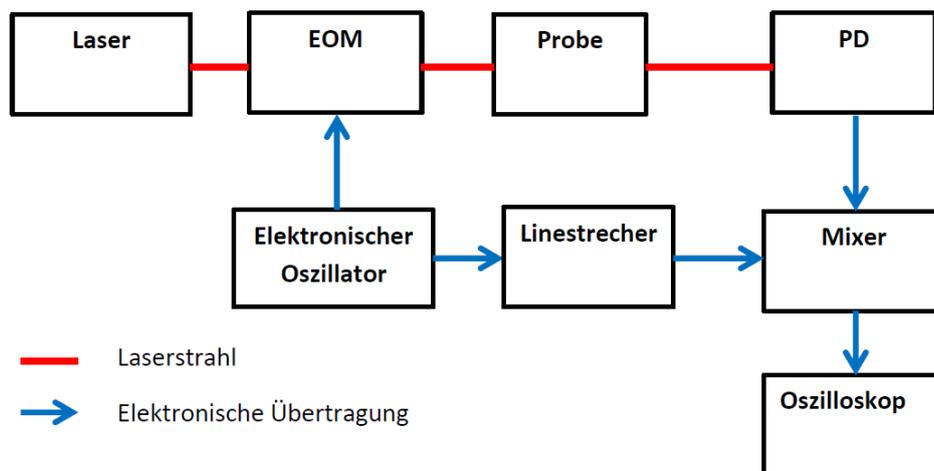


Abbildung 6: Schematischer Aufbau für Frequenzmodulationsspektroskopie

In Abb. 6 ist der schematische und etwas vereinfachte Aufbau abgebildet, der für die Frequenzmodulationsspektroskopie notwendig ist. Ein Laser entsendet einen Laserstrahl. Das elektrische Feld dieses Strahls kann für eine Frequenz  $\omega_L$  des Lasers mathematisch beschrieben werden als:

$$E_1(t) = E_0 \cos(\omega_L t) = \frac{1}{2} \tilde{E}_1(t) + c.c. \quad (6)$$

wobei gilt:

$$\tilde{E}_1(t) = E_0 \exp(i\omega_L t) \quad (7)$$

Dieser Schritt und die folgenden gelten nach den Quellen [8] und [9]. Zunächst wird der Laserstrahl durch einen EOM geschickt. Dieser EOM wird durch einen Elektronischen Oszillator mit  $\omega_M = 190\text{MHz}$  angesteuert und moduliert auf den Laser Seitenbänder auf. Das E-Feld sieht nun folgendermaßen aus:

$$E_2(t) = \frac{1}{2}E_0 \exp(i\omega_L t + iM \sin(\omega_M t)) + c.c. \quad (8)$$

Die Seitenbänder sind aus Formel 8 noch nicht direkt ersichtlich. Um diese Seitenbänder auch in der Formel für das entsprechende E-Feld zu sehen, wird das E-Feld Taylor-entwickelt unter der Annahmen, dass der Modulationsindex  $M \ll 1$ :

$$\begin{aligned} E_2(t) &= \frac{1}{2}E_0 \exp(i\omega_L t) \cdot (1 + iM \sin(\omega_M t)) + c.c. \\ &= \frac{1}{2}E_0 \exp(i\omega_L t) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}M(\exp(i\omega_M t) - \exp(-i\omega_M t))\right) + c.c. \\ &= \frac{1}{2}E_0 \left(\exp(i\omega_L t) + \frac{1}{2}M \exp(i(\omega_L + \omega_M)t) - \frac{1}{2}M \exp(i(\omega_L - \omega_M)t)\right) + c.c. \end{aligned} \quad (9)$$

Man erkennt an der letzten Zeile in Gleichung 9, dass neben dem Hauptfrequenz nun zwei kleinere Seitenbänder mit der Frequenz  $\omega_L + \omega_M$  und  $\omega_L - \omega_M$  vorkommen. Aus Gleichung 9 ist ebenfalls ersichtlich, dass die beiden Seitenbänder um  $180^\circ$  phasenverschoben sind. Das bedeutet, sie führen auf der Photodiode nur zu einem Gleichstromsignal und nicht zu einer tatsächlichen Änderung der Amplitude. Somit können die Seitenbänder bis jetzt bei direkter Betrachtung mit einer Photodiode nicht aufgelöst werden. Anschließend wird das Licht durch eine Probe der Länge  $L$  mit Absorptionskoeffizient  $\gamma$ , Brechungsindex  $n$  und der Amplitudentransmission

$$T_j = \exp(-\delta_j - i\phi_j) \quad (10)$$

geschickt. Hier ist  $\delta_j = \gamma_j L/2$  die Abschwächung und  $\phi_j = n_j L(\omega_L + j\omega_M)/c$  die Phasenverschiebung. Der Index  $j$  kann die Werte  $\{-1,0,1\}$  annehmen und steht für die drei Frequenzen  $\omega_L - \omega_M$ ,  $\omega_L$  und  $\omega_L + \omega_M$ . Das sich ergebende E-Feld nach dem Durchqueren der Probe sieht folgendermaßen aus:

$$E_3(t) = \frac{1}{2}E_0 \left( -T_{-1} \frac{1}{2}M \exp(it(\omega_L - \omega_M)) + T_0 \exp(it\omega_L) + T_1 \frac{1}{2}M \exp(it(\omega_L + \omega_M)) \right) + c.c. \quad (11)$$

Die Intensität, die an der Photodiode gemessen werden kann hat, dann die folgende Form:

$$I_3(t) = \varepsilon_0 c |E_3(t)|^2 \quad (12)$$

Geht man nun davon aus, das  $|\delta_0 - \delta_1|$ ,  $|\delta_0 - \delta_{-1}|$ ,  $|\phi_0 - \phi_1|$  und  $|\phi_0 - \phi_{-1}| \ll 1$  und vernachlässigt dann die Terme mit  $M^2$ , ergibt sich:

$$I_3(t) = \varepsilon_0 c E_0^2 \exp(-2\delta_0) (1 + (\delta_{-1} - \delta_1)M \cos(\omega_M t) + (\phi_1 - \phi_{-1} - 2\phi_0)M \sin(\omega_M t)) \quad (13)$$

Wird nun durch Absorption die Amplitude von einem der beiden Seitenbänder verringert, sind die Terme  $\delta_{-1} - \delta_1 \neq 0$  und  $\phi_1 - \phi_{-1} - 2\phi_0 \neq 0$ . Da nun eines der beiden Seitenbänder überwiegt, ergibt sich an der Photodiode ein Wechselstromsignal der Frequenz  $\omega_M$ . Dieses Signal wird dann in einem Mixer gleichgerichtet. Mathematisch bedeutet das eine Multiplikation des Signal mit der Modulationsfrequenz und eine Integration. Dies führt dann zu:

$$I'_3 = \varepsilon_0 c E_0^2 \exp(-2\delta_0) \int (1 + (\delta_{-1} - \delta_1)M \cos(\omega_M t) + (\phi_1 - \phi_{-1} - 2\phi_0)M \sin(\omega_M t)) \cdot \sin(\omega_M t + \varphi) dt \quad (14)$$

Mit Hilfe eines eingebauten Linestreckers, kann man die Phase  $\varphi$  des Grundsignals, das zum Mischen benutzt wird, variieren und somit entscheiden, ob man den absorptiven ( $\varphi = 0$ ) oder den dispersiven ( $\varphi = \pi/2$ ) Anteil des Signals misst.

### 3.7.1 Simulation des frequenzmodulierten Signals

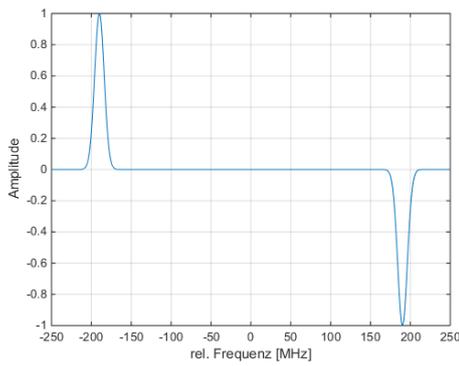
Der Einfachheit halber wird in diesem Teil die Simulation des frequenzmodulierten Signals nicht an einem Spektrum bestimmt, sondern an einem Lorentzpeak ( $LP$ ). Nimmt man nun an, dass die Linienbreite des Lasers im Vergleich mit der Modulationsfrequenz klein ist, kann das frequenzmodulierte Signal als Faltung einer Lorentzkurve mit einer Kombination aus mehreren Deltafunktionen betrachtet werden:

$$\begin{aligned}
S &= \int_{-\infty}^{\infty} LP(\omega' - \omega) \cdot D(\omega') d\omega' \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} LP(\omega' - \omega) \cdot [\Delta(\omega - \omega') - \Delta(\omega + \omega')] \cos^2(\varphi) \\
&\quad + (\Phi(\omega - \omega') + \Phi(\omega + \omega') - 2\Phi(\omega)) \sin^2(\varphi) d\omega'
\end{aligned} \tag{15}$$

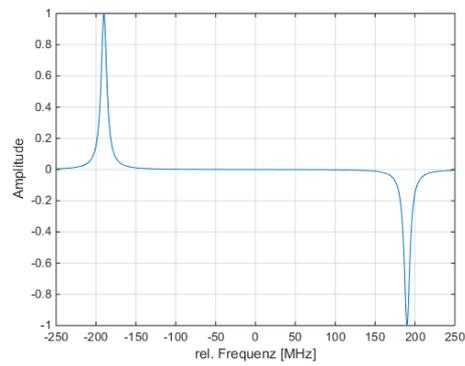
$LP(\omega)$  stellt hierbei eine Lorentzfunktion dar, die zur Darstellung des Signals verwendet wird und  $D(\omega)$  ist eine Kombination aus Deltafunktionen, die mit dem Signal gefaltet werden.  $D(\omega)$  besteht aus einem absorptiven Anteil  $\Delta$  (sehr schmaler Lorentzpeak als Näherung für einen Deltapeak) und einem dispersiven Anteil  $\Phi$ . Hierbei geht zunächst für den dispersiven Anteil die folgende Näherung mit ein:

$$\Phi(\omega) = \frac{d\Delta}{d\omega} \tag{16}$$

Anschließend wird das Signal auch mit Hilfe der Kramers-Kronig-Relation ausgewertet.  $\varphi$  bezeichnet den Phasenwinkel zwischen dem absorptiven und dispersiven Anteil und kann mit Hilfe des Linestrichers im Experiment variiert werden. Die Faltung wird durch eine Multiplikation im Zeitraum ausgewertet und das Ergebnis anschließend wieder in den Frequenzraum transformiert. Der Vergleich zwischen der Näherung mit Hilfe der Ableitung und der Kramers-Kronig Relation ist in den Abbildungen 7 bis 11 für unterschiedliche Werte von  $\varphi$  zusehen. Die Modulationsfrequenz beträgt  $f_M = 190\text{MHz}$ . Für alle folgenden Teile werden nur die Signale verwendet, die mit Hilfe der Kramers-Kronig-Relation bestimmt werden. In den Abbildungen 7 bis 11 gilt die Bezeichnung rel. Frequenz als Frequenz relativ zur Trägerfrequenz.

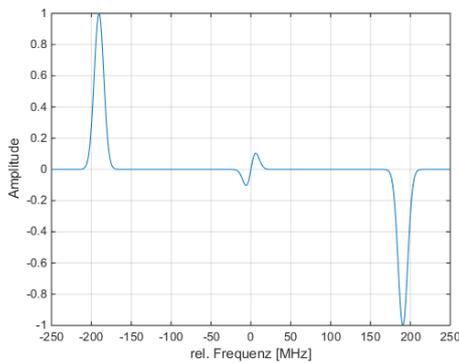


(a) Näherung durch Ableitung

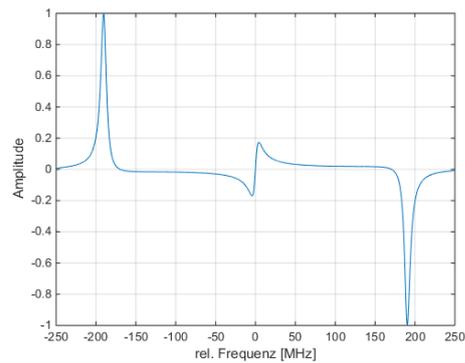


(b) genaue Rechnung durch Kramers-Kronig-Relation

Abbildung 7: Vergleich des simulierten frequenzmodulierten Signals mit einer Modulationsfrequenz von  $f_M = 190\text{MHz}$  und einem Phasenwinkel von  $\varphi = 0$  für die Näherung durch eine Ableitung und exakter Rechnung durch Kramers-Kronig-Relation

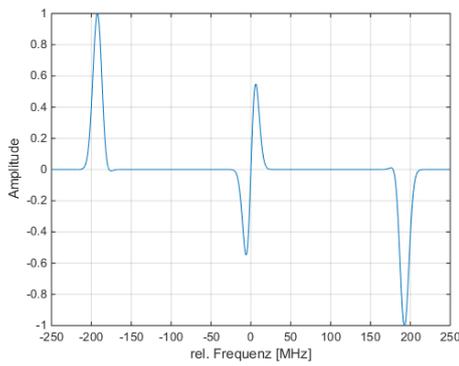


(a) Näherung durch Ableitung

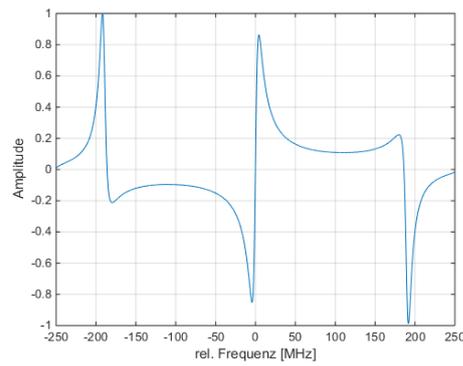


(b) genaue Rechnung durch Kramers-Kronig-Relation

Abbildung 8: Vergleich des simulierten frequenzmodulierten Signals mit einer Modulationsfrequenz von  $f_M = 190\text{MHz}$  und einem Phasenwinkel von  $\varphi = 1/8\pi$  für die Näherung durch eine Ableitung und exakter Rechnung durch Kramers-Kronig-Relation

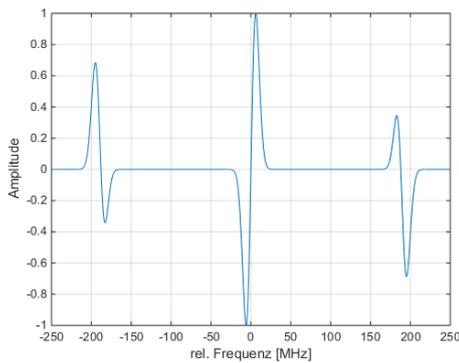


(a) Näherung durch Ableitung

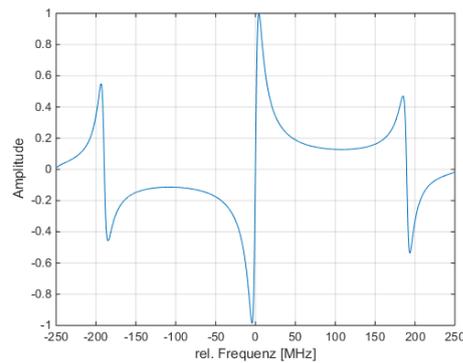


(b) genaue Rechnung durch Kramers-Kronig-Relation

Abbildung 9: Vergleich des simulierten frequenzmodulierten Signals mit einer Modulationsfrequenz von  $f_M = 190\text{MHz}$  und einem Phasenwinkel von  $\varphi = 2/8\pi$  für die Näherung durch eine Ableitung und exakter Rechnung durch Kramers-Kronig-Relation

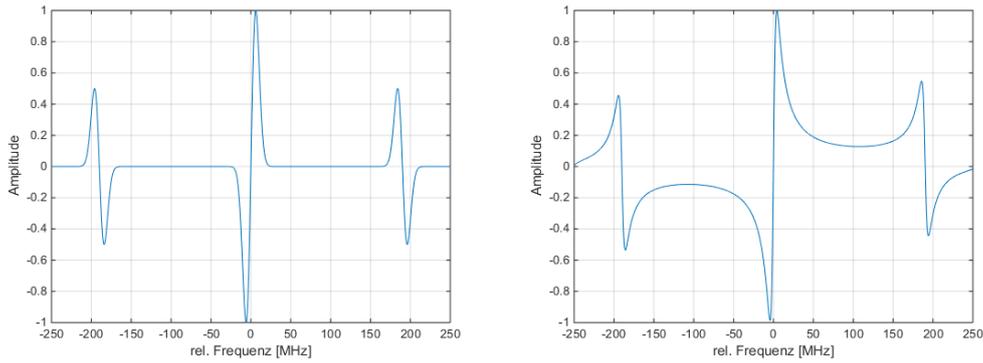


(a) Näherung durch Ableitung



(b) genaue Rechnung durch Kramers-Kronig-Relation

Abbildung 10: Vergleich des simulierten frequenzmodulierten Signals mit einer Modulationsfrequenz von  $f_M = 190\text{MHz}$  und einem Phasenwinkel von  $\varphi = 3/8\pi$  für die Näherung durch eine Ableitung und exakter Rechnung durch Kramers-Kronig-Relation



(a) Näherung durch Ableitung

(b) genaue Rechnung durch Kramers-Kronig-Relation

Abbildung 11: Vergleich des simulierten frequenzmodulierten Signals mit einer Modulationsfrequenz von  $f_M = 190\text{MHz}$  und einem Phasenwinkel von  $\varphi = 4/8\pi$  für die Näherung durch eine Ableitung und exakter Rechnung durch Kramers-Kronig-Relation

### 3.8 Kapillare

Eine Kapillare zeichnet sich dadurch aus, dass sie einen hohlen Kern besitzt. Gewöhnliche optische Fasern leiten Licht auf Basis der Totalreflexion. Das bedeutet, das Licht wird im Kern einer Faser geleitet und am Mantel total reflektiert, wenn der Mantel einen geringeren Brechungsindex hat, als der Kern. Da die Kapillare hohl ist, hat sie im Kern einen Brechungsindex von  $n = 1$  und da es kein Mantelmaterial mit einem Brechungsindex  $n < 1$  gibt, muss die Lichtleitfähigkeit hier anders erfolgen. Die Amplitudenkoeffizienten für Transmission ( $t$ ) und Reflexion ( $r$ ) bei senkrechter ( $s$ ) und paralleler ( $p$ ) Polarisation relativ zur Betrachtungsebene lauten [4]:

$$t_s = \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (17)$$

$$r_s = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (18)$$

$$t_p = \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)} \quad (19)$$

$$r_s = \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \quad (20)$$

Die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten ergeben sich dann über  $T_s = t_s^2$ ,  $R_s = r_s^2$ ,  $T_p = t_p^2$  und  $T_s = t_s^2$ . Von Interesse ist hier der Übergang von Luft ( $n_1 = 1$ ) nach Glas ( $n_2 = 1.5$ ), wie er schematisch in Abb. 12 gezeichnet ist.

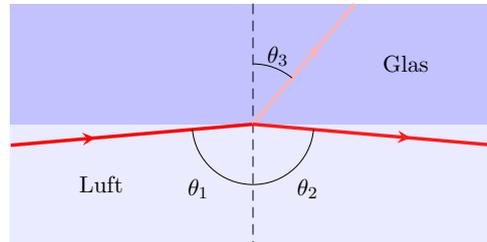


Abbildung 12: Reflexion und Brechung des Lichts am Rand einer Kapillaren

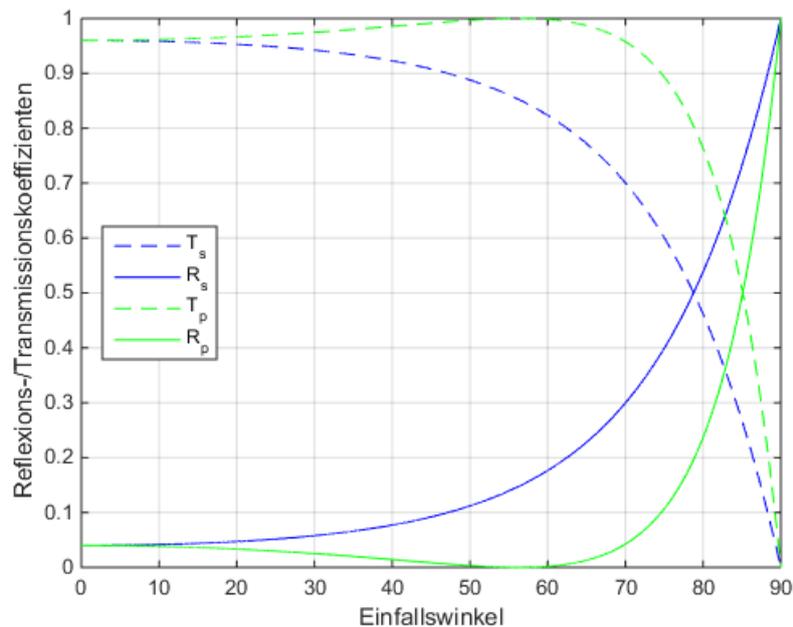


Abbildung 13: Fresnelkoeffizienten über dem Einfallswinkel  $\alpha$  [°] für den Übergang von Luft ( $n_1 = 1$ ) nach Glas ( $n_2 = 1.5$ )

Die Fresnel-Koeffizienten  $T_s$ ,  $R_s$ ,  $T_p$  und  $R_p$  für den Übergang von Luft nach Glas sind in Abb. 13 für unterschiedlichen Einfallswinkel  $\alpha$  gezeichnet. Der Winkel  $\beta$  kann jeweils über das Snelliussche Brechungsgesetz  $n_1 \sin(\alpha) = n_2 \sin(\beta)$  bestimmt werden. Man erkennt an Abb. 13, dass der Reflexionskoeffizient für beide Arten der Polarisierung für großen Einfallswinkel  $\alpha$  schnell gegen 1 geht. Das bedeutet, dass die Kapillare trotz fehlender Totalreflexion Licht leiten kann.

Es gibt drei generelle Licht Moden, die in einer Kapillaren vorkommen können: Die

Transversale Elektrische Mode (TE), die Transversale Magnetische Mode (TM) und die Hybrid Mode (EH). Für kleine Ordnungen sind diese drei Moden in Abb. 14 dargestellt. Ist ein Gauß-Strahl der Form

$$E(r) = E_0 \exp(-r^2/\omega^2) \quad (21)$$

eingekoppelt, können nur die Moden  $EH_{1m}$  angeregt werden [8]. Diese Moden können durch die Besselfunktion 0-ter Ordnung  $J_0$ ,  $u_m$ , der  $m$ -ten Wurzel der Besselfunktion  $J_0$  und mit dem Radius  $a$  der Kapillare approximiert werden:

$$E(r) = E_0 J_0(u_m \cdot r/a) \quad (22)$$

Für die niederste Mode  $EH_{11}$  erreicht man bei einem Verhältnis von Strahlradius zu Radius des Kerns von  $\omega/a = 0,64$  die höchste Kopplungseffizienz von 98,1% [10].

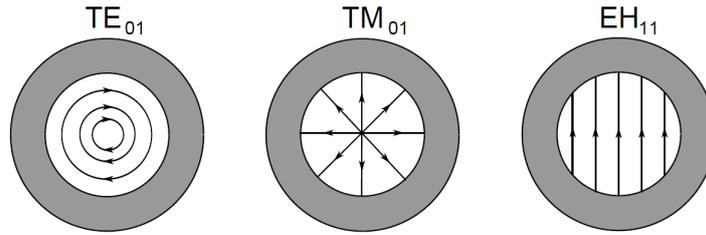


Abbildung 14: Schema der verschiedenen Moden in einer Kapillare. Zu sehen sind Transversale Elektrische Mode (TE), Transversale Magnetische Mode (TM) und Hybrid Mode (EH), jeweils in niederer Ordnung.

Der Modenüberlapp (MO) der unterschiedlichen Moden kann über das folgende Integral ausgerechnet werden [11]:

$$MO = \frac{|\iint_S E_1(x, y) \cdot E_2^*(x, y) dx dy|^2}{\iint_S |E_1(x, y)|^2 dx dy \iint_S |E_2(x, y)|^2 dx dy} \quad (23)$$

Wobei hier  $E_1$  und  $E_2$  die E-Felder der beiden zu vergleichenden Moden sind,  $E_2^*$  das komplex konjugierte von  $E_2$  und  $S$  der Querschnitt der Kapillaren. Der Modenüberlapp in einer Kapillaren ist sehr groß, das bedeutet, wenn man eine Mode in der Kapillaren eingekoppelt ist nach einer gewissen Strecke, die das Licht in der Kapillaren zurücklegt nicht nur diese eine Mode vorhanden, sondern Kombination aus mehreren möglichen Moden.

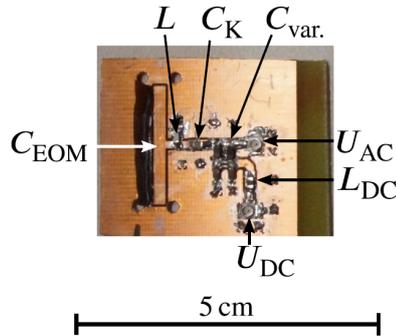
### 3.9 LIAD

Betrachtet man eine Glaszelle, die mit Alkalidampf gefüllt ist, dann können die Wände Atome aus dem Dampf adsorbieren oder Atome wieder emittieren. Nach einiger Zeit entsteht ein Gleichgewicht und es stellt sich ein konstanter Dampfdruck in der Zelle ein. Die Temperatur der Zelle bleibt bei diesem Prozess konstant, da sich ansonsten der Dampfdruck ändern würde. Schickt man nun Licht durch die Dampfzelle, dann werden Atome, die auf der Oberfläche sitzen, von der Oberfläche abgelöst. Dadurch wird der Dampfdruck in der Zelle erhöht. Dieser Vorgang wird als LIAD (**L**ight **I**nduced **A**tomic **D**esorption) bezeichnet. In Hohlfasern kann dieser Prozess besonders gut beobachtet werden, da hier die Oberfläche im Vergleich zum Volumen sehr groß ist. Es gibt noch einen zweiten Prozess, der in der Literatur oft mit der eigentlichen LIAD unter dem selben Namen zusammengefasst wird. Dieser zweite Prozess nennt sich SPID (**S**urface-**P**lasmon **I**nduced **D**esorption). Für hohe Photonenenergien findet eher LIAD statt, für kleinere Photonenenergien eher SPID. Wenn man bei Rubidiumdampf mit Licht einer Photonenenergie von ca. 1,5eV [12] beschießt, was einer Wellenlänge von ca. 827nm entspricht, stellt sich das Regime der SPID ein. Hier wird ein Oberflächenplasmon angeregt und fungiert dann als Katalysator für eine nicht thermische Desorption von Atomen. Effektiv verdampfen Nanocluster, was hier sehr kleine Tropfen aus Alkaliatomen bezeichnet, von der Glasoberfläche.

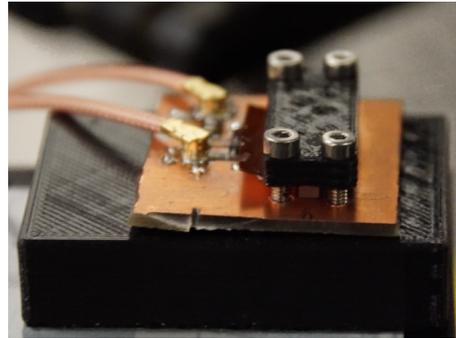
In diesem Experiment wurde allerdings Licht der Wellenlänge 480nm verwendet, welches über mehr Energie pro Photon verfügt. Damit läuft hier nicht nur SPID, sondern auch LIAD ab.

## 4 Test verschiedener EOMs

Zunächst wird ein EOM getestet, der im Zuge einer früheren Bachelorarbeit [10] angefertigt wurde. Die Platine des EOM und der fertige EOM, wie er auch in das Experiment integriert wird sind in Abb. 15 zu sehen.



(a) Aufnahme der Platine



(b) Ansicht des EOMs, so wie er in das Experiment eingebaut werden kann

Abbildung 15: Aufbau des getesteten EOMs aus einer vorhergehenden Bachelorarbeit [13]

Um die Funktionsweise dieses EOMs testen zu können wird ein Aufbau erstellt, der es erlaubt die aufmodulierten Seitenbänder zu detektieren. Der experimentelle Aufbau ist in Abb. 16 schematisch dargestellt. Die blau dargestellte Glaszelle wird erst später eingebaut. Die erste  $\lambda/2$ -Platte in Kombination mit dem Polarisierenden Strahlteiler ("Polarizing Beam Splitter Cube" = PBSC) werden verwendet, um die Intensität des eintreffenden Strahls einstellen zu können. Die zweite  $\lambda/2$ -Platte dient zur Einstellung der Polarisationsrichtung. Dies ist notwendig, da der EOM nur eine vertikale lineare Polarisation modulieren kann. Die beiden folgenden Linsen mit den Brennweiten 250mm und 100mm bilden ein Teleskop zur Anpassung der Strahlgröße. Die beiden Linsen nach dem EOM fungieren ebenfalls als Teleskop. Die Linse direkt vor dem Fabry-Perot-Interferometer (Cavity) mit der Brennweite 300mm dient dem Einkoppeln in den Resonator. Die Linse direkt vor der Photodiode (PD) mit Brennweite 100mm wird eingebaut, damit der Strahl soweit verkleinert wird, damit er ganz auf den Chip der Photodiode passt. Dieser Arm wird für den Test des EOM verwendet. Der Arm, der von dem eingebaute Klappspiegel ausgeht, wird erst mit dem PBSC verwendet, um die Photodiode zu testen. Anschließend wird dieser PBSC ausgebaut und die Glasszelle eingebaut, um damit Frequenzmodulationsspektroskopie zu betreiben.

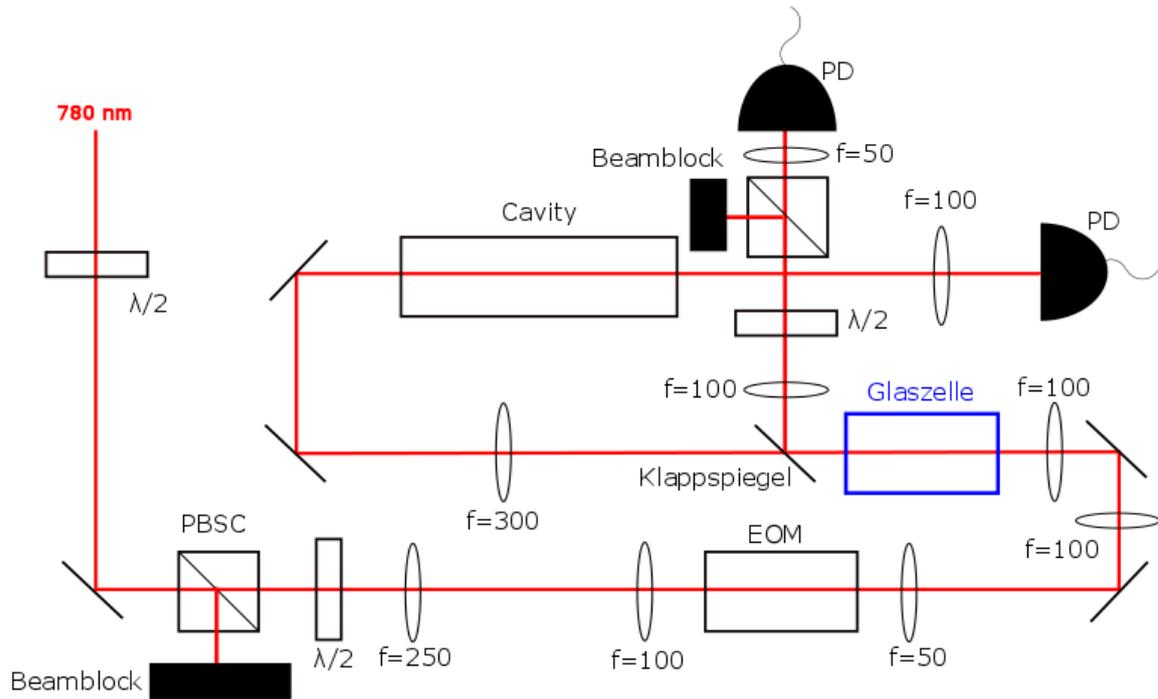


Abbildung 16: Schematische Zeichnung des ersten Aufbaus zur Überprüfung der Funktion des EOM

Mit diesem Aufbau wird nun die Funktionsweise des EOM überprüft. Dieser Test findet zunächst ohne Dampfzelle statt. Die Oszilloskop-Aufnahmen mit aus- und angeschaltetem EOM sind in Abb. 17 zu sehen.

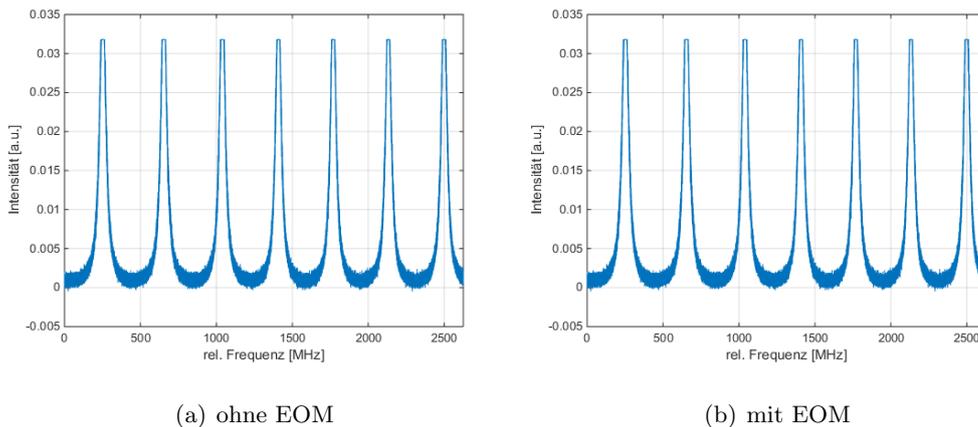


Abbildung 17: Aufnahmen nach dem Hohlraumresonator mit an- und ausgeschaltetem EOM, aufgezeichnet mit einem Oszilloskop

Der Laser wird über einen Frequenzbereich von ca. 8GHz gescannt. Man erkennt in



ankommt, aufgetragen. Ist die Polarisierung richtig eingestellt, kann direkt die Modulationsfrequenz beobachtet werden. Zum Test der Funktionsweise einmal mit und einmal ohne EOM. Man erkennt an der Abbildung, dass das Signal mit  $f_M = 190\text{MHz}$  ohne Probleme von der Photodiode aufgelöst werden kann.

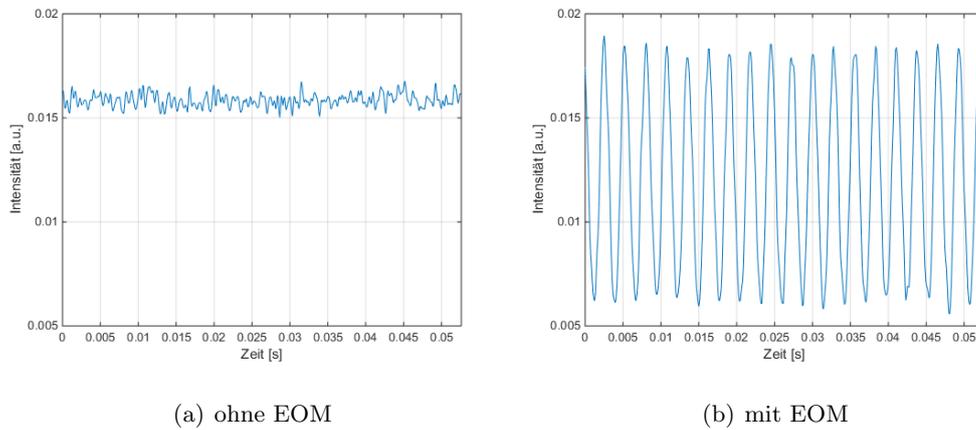


Abbildung 20: Direkte Aufnahmen des Signals mit einer Photodiode mit und ohne EOM, aufgezeichnet mit einem Oszilloskop

## 5 Simulation des zu erwartenden Signals bei Frequenzmodulationsspektroskopie

Um ein Bild davon zu erhalten, welches Spektrum überhaupt bei Frequenzmodulationsspektroskopie zu erwarten ist, wird nun ein Modell entwickelt. Es wird zunächst von einem einfachen Absorptionssignal ausgegangen. Dieses wird an einer Rubidiumdampfzelle gemessen und ist in Abb. 21 zu sehen. In allen folgenden Abbildungen steht die Bezeichnung rel. Frequenz zu den jeweils zum Beginn des Spektrums, was im folgenden immer ca. bei 384,23THz liegt.

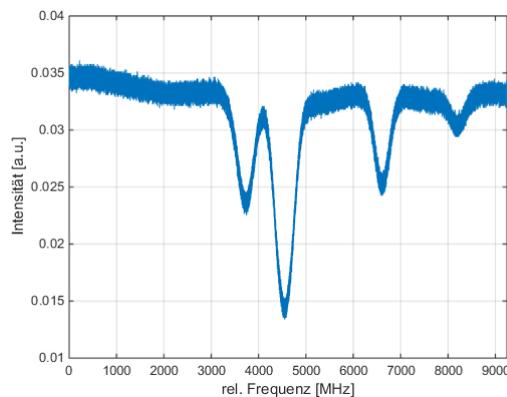


Abbildung 21: Absorptionsspektroskopie an einer Rubidiumdampfzelle

Nun wird dieses Absorptionsspektrum mit dem durch die Kramers-Kronig-Relation simulierten Signale aus Abb. 7 gefaltet und anschließend gezeichnet. Das Ergebnis dieser Herangehensweise ist in Abb. 22 für  $\varphi = 0$  und Abb. 23 für  $\varphi = \pi/2$  zu sehen.

## 5 Simulation des zu erwartenden Signals bei Frequenzmodulationsspektroskopie

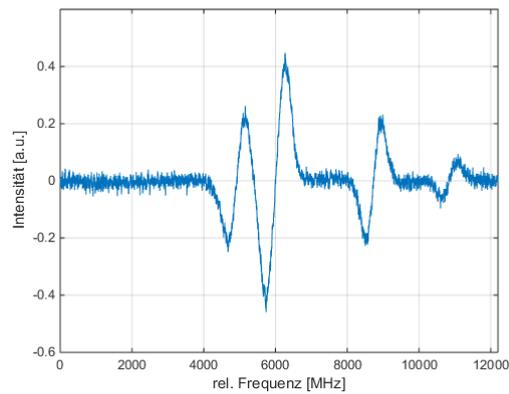


Abbildung 22: Simulation des Spektrums der Frequenzmodulationsspektroskopie mit Hilfe der theoretischen Funktion (für  $\varphi = 0$ ) aus den Abbildungen 7 bis 11 und dem Absorptionsspektrum aus Abb. 21

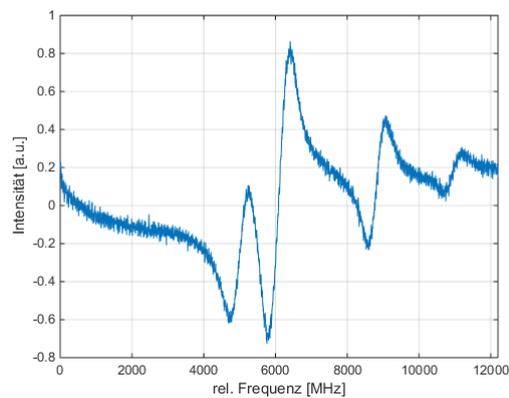


Abbildung 23: Simulation des Spektrums der Frequenzmodulationsspektroskopie mit Hilfe der theoretischen Funktion (für  $\varphi = \pi/2$ ) aus den Abbildungen 7 bis 11 und dem Absorptionsspektrum aus Abb. 21

## 6 Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Rubidiumdampfzelle

Abb. 6 ist eine stark vereinfachte Darstellung des tatsächlichen Aufbaus, da noch einige Verstärker und andere Geräte eingebaut werden müssen, um das Signal sichtbar zu machen. Der vollständige Aufbau ist in Abb. 24 zu sehen.

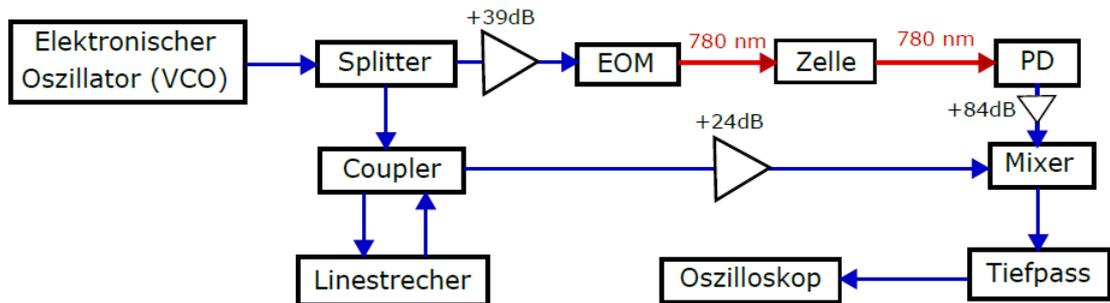


Abbildung 24: Genauer Aufbau der Messelektronik, die für die Frequenzmodulationsspektroskopie notwendig ist

Da die Elektronik bei einer sehr hohen Frequenz arbeitet, ist sie anfällig für Störungen, die über die Kabel eingefangen werden können. Aus diesem Grund wurde die gesamte Messelektronik in eine metallische Box eingefasst, um sie vor externen elektrischen Feldern zu schützen.

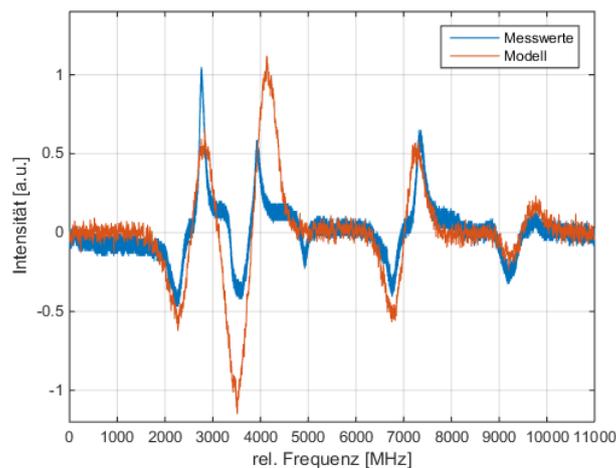


Abbildung 25: Spektrum von Rubidium aufgenommen mit Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Dampfzelle und Vergleich mit dem Modell aus Abb. 22

## 6 Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Rubidiumdampfzelle

Nun kann an dem Aufbau, der in Abb. 16 zu sehen ist, Frequenzmodulationsspektroskopie betrieben werden. In Abb. 25 ist das mit Frequenzmodulationsspektroskopie gemessene Rubidiumspektrum aufgetragen. Die Messdaten sind hierbei weniger verrauscht, als das Modell, da vor dem Oszilloskop ein Tiefpass vorgeschaltet ist (wie in Abb. 24 zu sehen) und dieser im Modell ignoriert wurde. In der Abbildung stimmen die Messdaten und das modellierte Spektrum bis auf Abweichungen in der Nähe des dritten und vierten Peaks des modellierten Spektrums gut überein. Mögliche Fehlerquellen für diese Abweichungen liegen in:

- der Einstellung der Phase  $\varphi$  per Hand und nach Augenmaß, da der Wert von  $\varphi$  nicht direkt gemessen werden kann, sondern an der Form des Signals abgeschätzt werden muss,
- durch verschiedene Kabel eingefangene Störsignale und
- Störung des reinen Signals durch die Eigenschaften von verschiedenen Bauelementen aus Abb. 24.

Zuletzt werden in der Rubidiumdampfzelle Spektren mit verschiedener Einstellung des Winkels  $\varphi$  aufgenommen und mit den entsprechenden modellierten Spektren verglichen. Diese Spektren sind in den Abbildungen 26 bis 35 abgebildet. Die große Schwierigkeit hierbei besteht darin, dass der Phasenwinkel  $\varphi$  von Hand eingestellt werden muss.

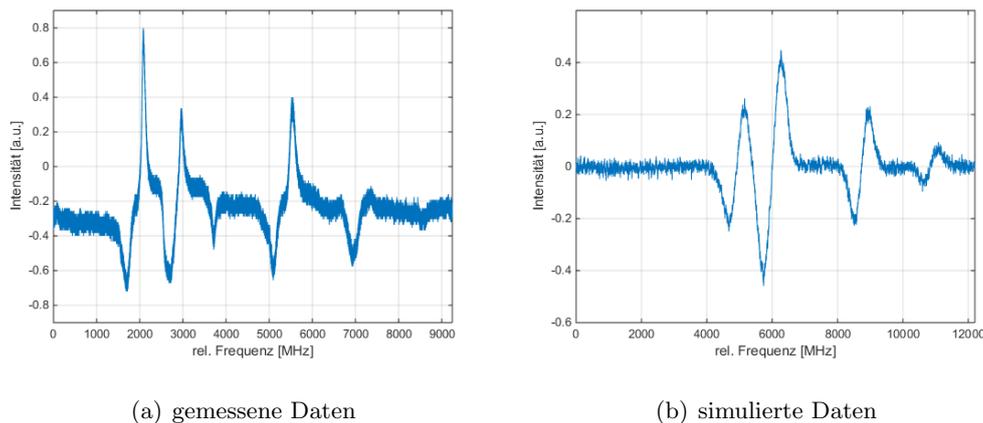
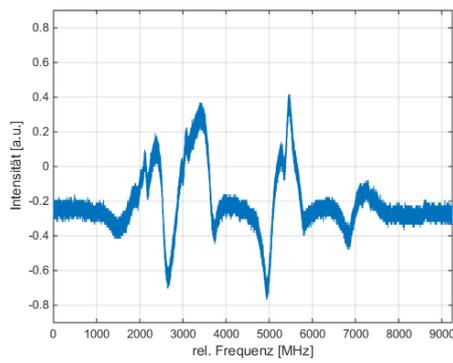
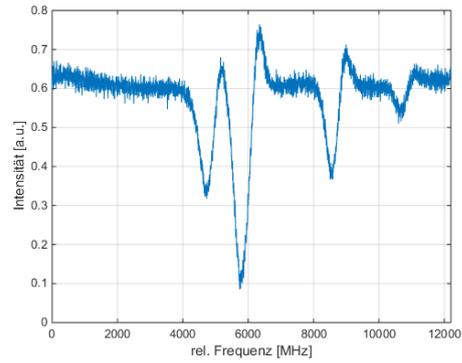


Abbildung 26: Vergleich von aufgenommenem und modelliertem Spektrum für die Einstellung des Phasenwinkels  $\varphi = 0$

## 6 Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Rubidiumdampfzelle

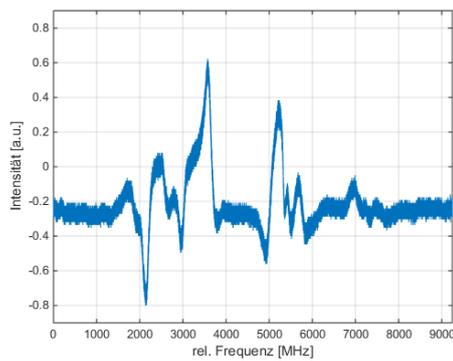


(a) gemessene Daten

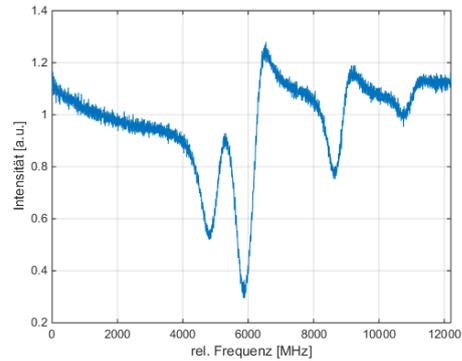


(b) simulierte Daten

Abbildung 27: Vergleich von aufgenommenem und modelliertem Spektrum für die Einstellung des Phasenwinkels  $\varphi = 1/8\pi$



(a) gemessene Daten



(b) simulierte Daten

Abbildung 28: Vergleich von aufgenommenem und modelliertem Spektrum für die Einstellung des Phasenwinkels  $\varphi = 2/8\pi$

## 6 Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Rubidiumdampfzelle

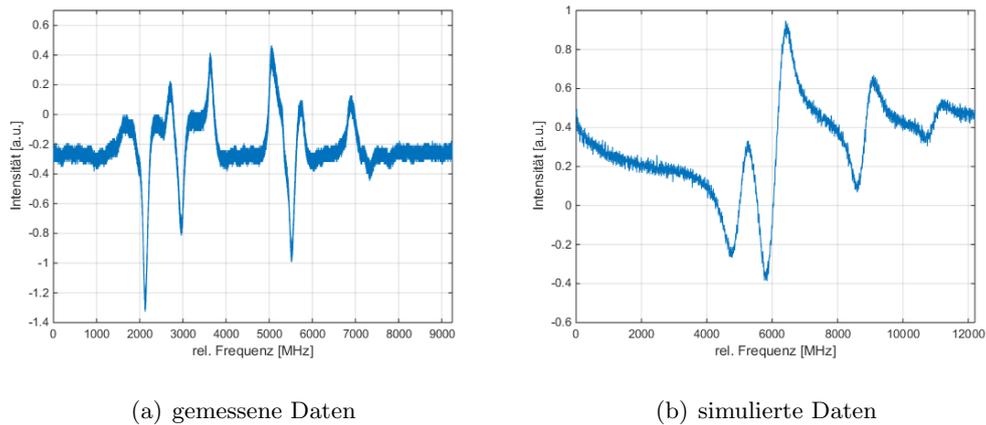


Abbildung 29: Vergleich von aufgenommenem und modelliertem Spektrum für die Einstellung des Phasenwinkels  $\varphi = 3/8\pi$

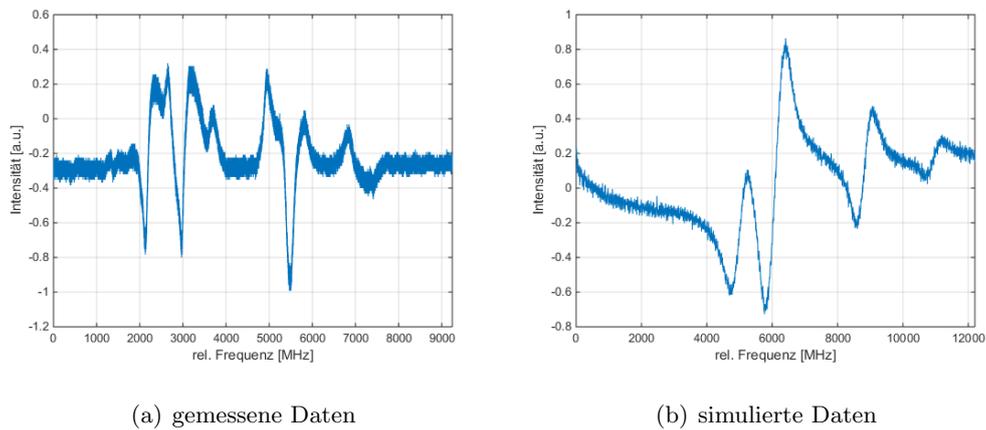


Abbildung 30: Vergleich von aufgenommenem und modelliertem Spektrum für die Einstellung des Phasenwinkels  $\varphi = 4/8\pi$

## 7 Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Hohlleiter

Um nun Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Hohlleiter, in dieser Arbeit einer Kapillare, durchführen zu können, muss zuerst der Aufbau aus Abb. 16 verändert werden. Der neue Aufbau ist in Abb. 31 zu sehen.

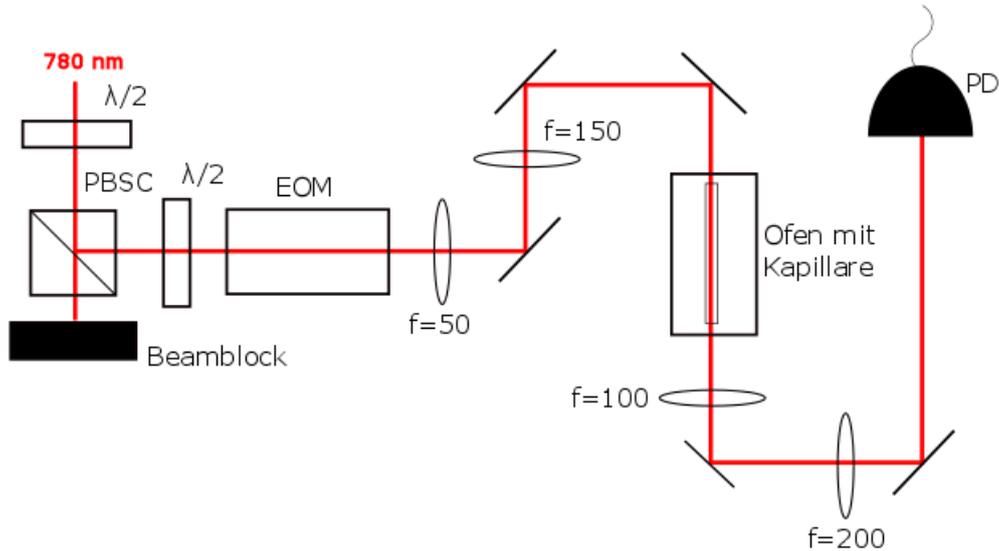


Abbildung 31: Schematischer Aufbau für die Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Kapillare

Der in Abb. 31 eingetragene Ofen dient dem Heizen einer Dampfzelle, in der eine Kapillare mit zwei offenen Enden enthalten ist. Der Aufbau dieses Ofens ist in Abb. 32 zu sehen.

In der in Abb. 32 eingezeichneten Glaszelle ist eine Kapillare enthalten, die so angeordnet ist, dass an beiden Enden Rubidiumatome hinein- und hinausgelangen können. Der genaue Aufbau der Zelle ist in Abb. 33 dargestellt. Mit der ebenfalls enthaltenen Kagomé-Faser wird nicht experimentiert.

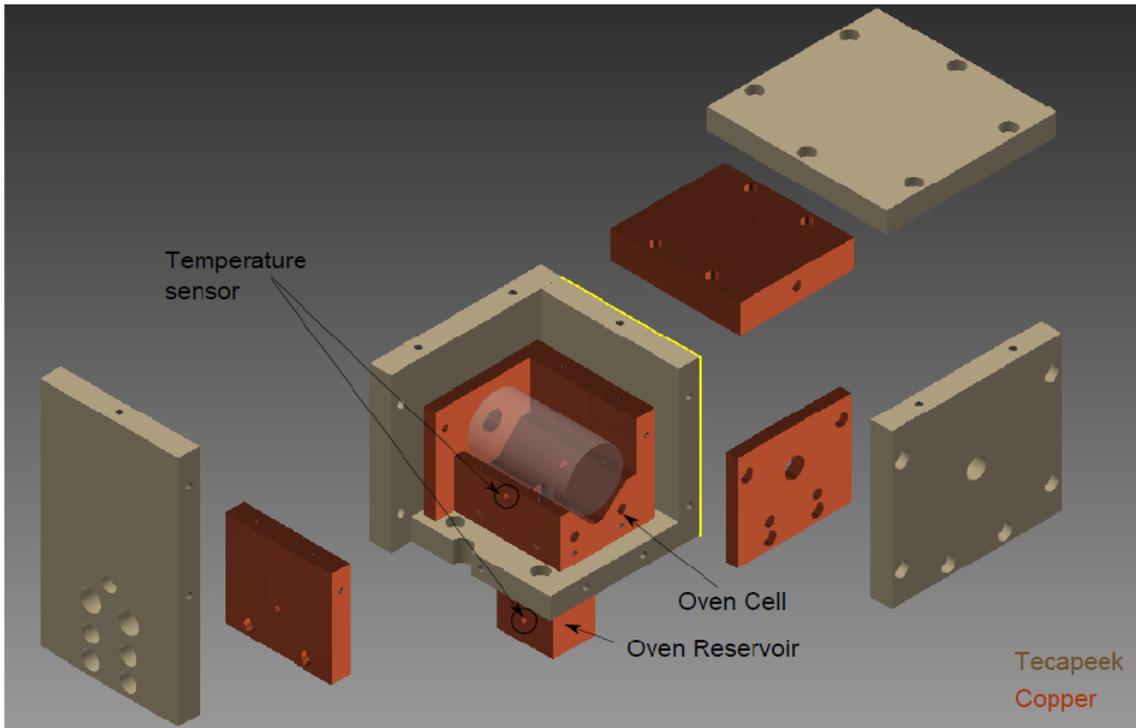


Abbildung 32: Aufrisszeichnung des verwendeten Ofens, die kupferfarbenen dargestellten Teile sind aus Kupfer (copper) und die heller dargestellten Teile aus einem Kunststoff namens Tecapeek [2]

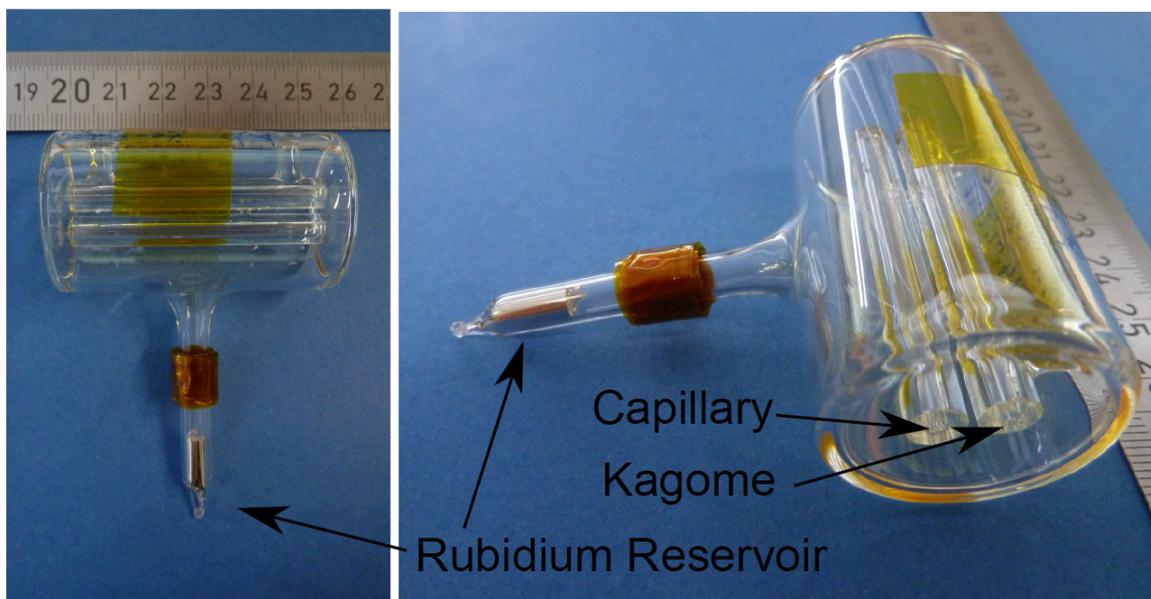


Abbildung 33: Darstellung der Glaszelle, die in dem Ofen aus Abb. 32 enthalten ist, mit gekennzeichneteter Kapillare, Kagomé und Rubidiumreservoir [2]

Nun wird an diesem Aufbau Frequenzmodulationsspektroskopie betrieben. Das Ergebnis dieser Messung ist in Abb. 34 zu sehen. Man erkennt hierbei, dass die Messdaten und das modellierte gut übereinstimmen. Wobei Unterschiede der beiden aufgetragenen Spektren die selben Ursachen haben wie bei der Frequenzmodulationsspektroskopie in einer Rubidiumdampfzelle.

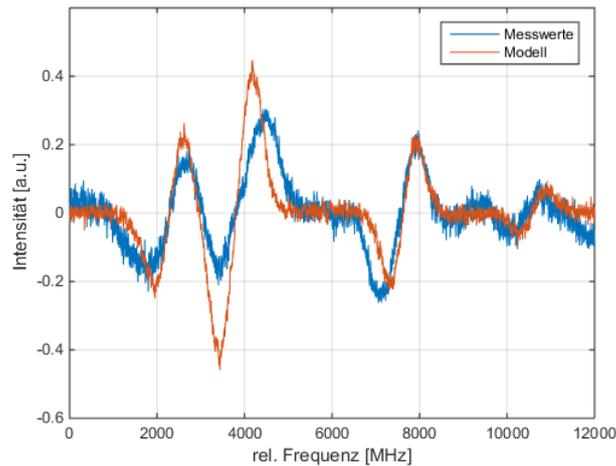
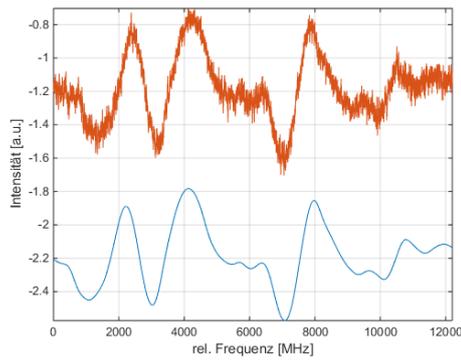


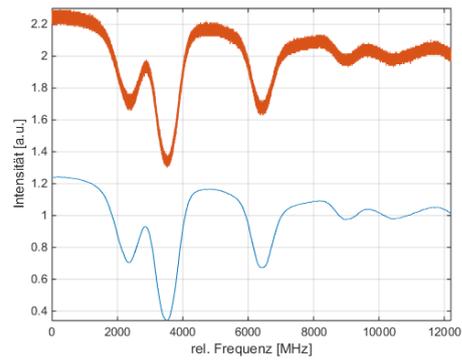
Abbildung 34: Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Kapillaren und Vergleich mit dem modellierten Spektrum bei einer Zelltemperatur von  $100^{\circ}\text{C}$

Nun muss noch ermittelt werden, ob diese Art der Spektroskopie wirklich besser funktioniert, als gewöhnliche Absorptionsspektroskopie. Um dies zu überprüfen, betrachtet man das Rauschen des Spektrums. Die Messdaten aus Abb. 34 werden geglättet und von den ursprünglichen Messdaten abgezogen. So bleibt nur das Rauschen des Signals übrig. Anschließend quadriert man das Rauschen und summiert das Rauschen jedes einzelnen Messpunkts auf. So erhält man eine Größe, die eine Aussage über die Qualität des Spektrums zulässt. Um diesen Wert zu vergleichen, wird dasselbe an einem Absorptionsspektrum, das an der Kapillaren aufgenommen wird, durchgeführt.

## 7 Frequenzmodulationsspektroskopie an einer Hohlleiter



(a) Frequenzmodulationsspektroskopie



(b) Absorptionsspektroskopie

Abbildung 35: Vergleich von ursprünglichem und geglättetem Spektrum für Frequenzmodulations- und Absorptionsspektroskopie

Als Wert für das Integral über das Quadrat des Rauschens ergibt sich für die beiden Arten der Spektroskopie, in der Einheit der Amplitude [a.u.] zum Quadrat:

- Frequenzmodulationsspektroskopie: 1386,4
- Absorptionsspektroskopie: 1511,1

Daran erkennt man, dass die Frequenzmodulationsspektroskopie an der Kapillare ein etwas weniger verrauschtes Spektrum, als die Absorptionsspektroskopie liefert.

## 8 Messung der optischen Dichte

Zur Messung der optischen Dichte wird der Aufbau aus Abb. 31 erneut modifiziert. Der blaue Laser der Wellenlänge 480nm wird eingebaut um LIAD betreiben zu können und währenddessen die optische Dichte zu ermitteln. Der neue Aufbau ist in Abb. 36 zu sehen.

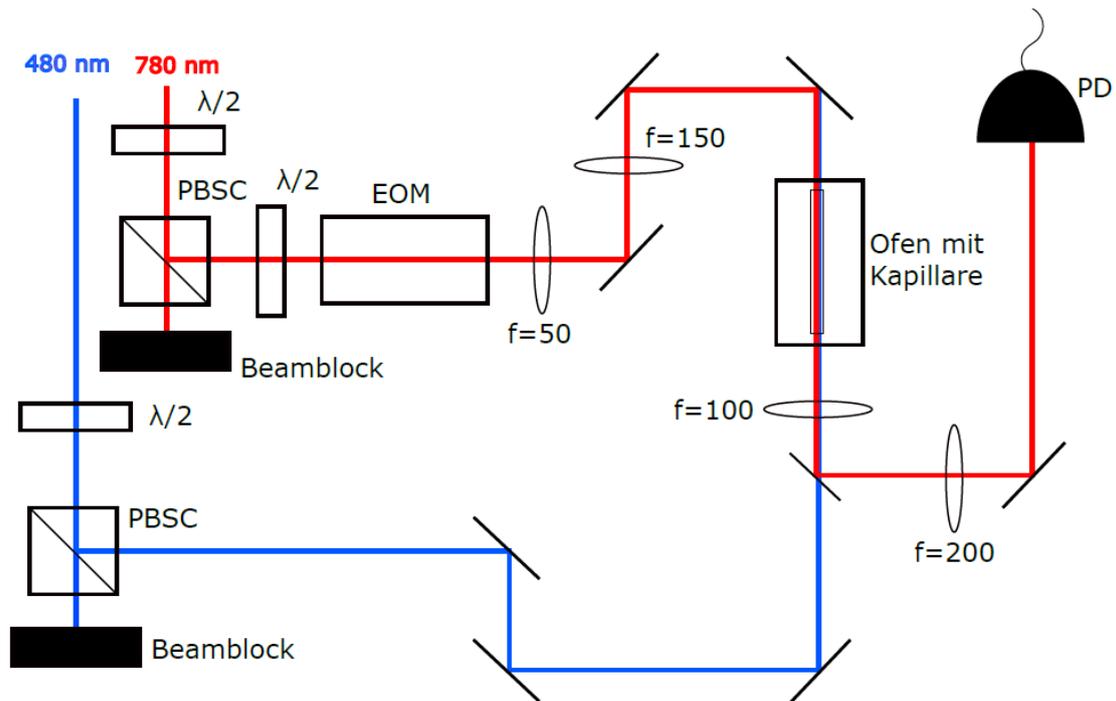


Abbildung 36: Aufbau zur Messung der optischen Dichte

Nun wird eine längere Messreihe gestartet. Währenddessen werden in bestimmten Zeitintervallen Spektren aufgenommen. Alle diese Spektren der Messreihe sind in Abb. 37 eingetragen. Das Spektrum wird immer bei  $\varphi = 0$  gehalten, da hier das Modell am besten mit dem gemessenen Spektrum übereinstimmt, was man an den Abbildungen 26 bis 35 erkennt.

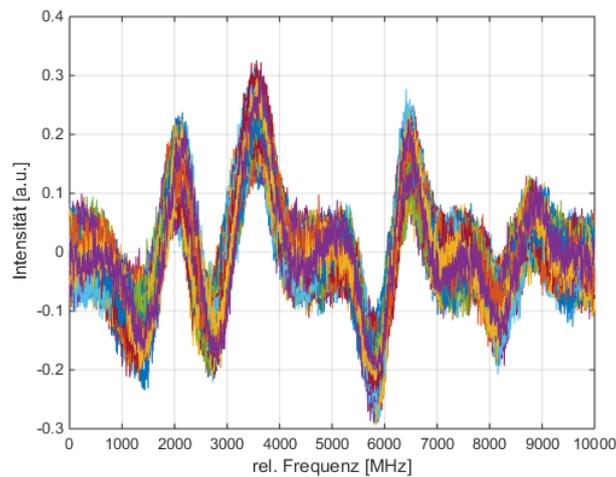
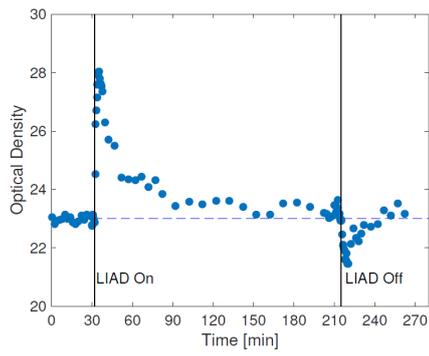


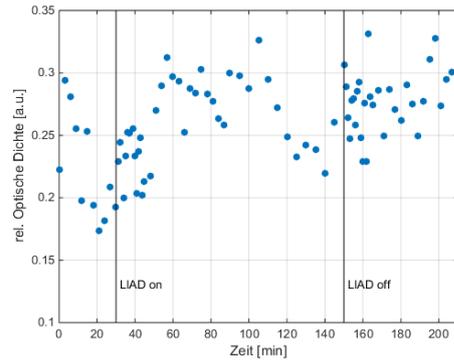
Abbildung 37: Alle Spektren einer Messreihe, aus denen die Optische Dichte errechnet wird

Versucht wird eine Messung aus einer vorhergehenden Masterarbeit [2], die mit Hilfe von Absorptionsspektroskopie ermittelt wurden, zu reproduzieren. In Abb. 38(a) wurde die optische Dichte über ein Programm ausgerechnet und ist wirklich die optische Dichte, wie in der Definition aus Gleichung 2. In den selbst gemessenen Daten wurde anders vorgegangen. Da mit steigender optischer Dichte die Peaks im Spektrum aus Abb. 37 ebenfalls größer werden müssen, wurde hier der Bereich der rel. Frequenz zwischen 5000MHz und 7000MHz ausgewählt, jeweils das Maximum und das Minimum bestimmt und die Differenz gebildet. So erhält man nicht die optische Dichte aber eine Größe, die sich ähnlich wie die optischen Dichte verhalten muss. Es ergibt sich noch ein Unterschied, da die Optische Dichte logarithmisch definiert ist, aber als Abschätzung ist diese Größe dienlich. Diese Größe wird in Abb. 38(b) mit rel. optische Dichte bezeichnet.

In Abb. 38 erkennt man allerdings, dass diese Messung nicht funktioniert hat. Der Grund hierfür liegt wahrscheinlich daran, dass der Mixer aus Abb. 24 übersteuert wird und so die Variationen in der Ausprägung des Spektrums nicht auflösen kann.



(a) Absorptionsspektroskopie



(b) Frequenzmodulationsspektroskopie

Abbildung 38: optische Dichte gemessen während des Ein- und Ausschalten des LIAD, Vergleich der selbst gemessenen Daten mittels Frequenzmodulationsspektroskopie und den Daten aus einer vorhergehenden Masterarbeit mittels Absorptionsspektroskopie [2]

## 9 Zusammenfassung

Insgesamt konnte gezeigt werden, dass Frequenzmodulationsspektroskopie sowohl in Dampfzellen, als auch in Kapillaren funktioniert. Das Modell, das erstellt wurde, um das Spektrum der Frequenzmodulationsspektroskopie theoretisch zu modellieren stimmt teilweise mit den Messdaten überein. Die Spektren bei verschiedenen Einstellungen des Phasenwinkels  $\varphi$  stimmten am besten für  $\varphi = 0$  mit dem Modell überein. Für abweichende Phasenwinkel bereitete die Einstellung per Hand Schwierigkeiten. Aber das aussagekräftigste Spektrum ergab sich in dieser Arbeit für den Phasenwinkel  $\varphi = 0$ . Beim Vergleich des Rauschen zwischen Absorptions- und Frequenzmodulationsspektroskopie zeigte sich, dass die Frequenzmodulationsspektroskopie, wie schon in der Einleitung vermutet, tatsächlich ein etwas klareres Spektrum ergab. Die Messung der optischen Dichte innerhalb der Kapillaren ist nicht geglückt, aber es gibt keinen Grund, warum dies generell nicht funktionieren sollte.

Der Aufbau kann durch bessere Schirmung oder durch den Austausch mancher Komponenten noch weiter verbessert werden, um so ein klareres Spektrum zu erhalten.

Abschließend kann man sagen, dass sich diese Art der Spektroskopie gut für Hohlfasern eignet und dies ein wertvolles Werkzeug zur Untersuchung von Prozessen in solchen Fasern darstellt. Es ergeben sich viele Möglichkeiten für zukünftige Entwicklungen.

## 10 Quellen

1. Daniel A. Steck. *Alkali D Line Data*. Version 2.1.4 <http://steck.us/alkalidata>, 2010
2. Josephine Gutekunst, EIT Spectroscopy in hollow core fibers: Master thesis, *Universität Stuttgart, 2016*
3. Prof. Dr. Demtröder, Wolfgang: Laserspektroskopie 1: Grundlagen, Auflage 6, 2011
4. Prof. Dr. Demtröder, Wolfgang: Demtröder 2 - Elektrizität und Optik, Auflage 6, 2013, Kap 8
5. <https://www.newport.com/n/practical-uses-and-applications-of-electro-optic-modulators>, Zugriff am 03.08.2017
6. <http://www.unitedcrystals.com/KTPProp.html>, Zugriff am 18.08.2017
7. Prof. Dr. Fließbach, Torsten: Elektrodynamik - Lehrbuch zur Theoretischen Physik II, Auflage 6, 2012, S. 287, Gleichung (31.12) und (31.13)
8. G.C. Bjorklund, *Frequency Modulation Spectroscopy: a new method for measuring weak absorptions and dispersions*, Opt. Lett. 5 (1980), 15
9. G.C. Bjorklund and M.D. Levenson, *Frequency Modulation (FM) Spectroscopy*, Appl. Phys. B 32(1983), 145-152
10. Rick K. Nubling, Launch conditions and mode coupling in hollow-glass waveguides, *Optical Engeneering*, 37(9):2454, 1998
11. <https://optiwave.com/optifdtd-manuals/fdtd-power-calculation-and-poynting-vector/>, Zugriff an 18.08.2017
12. A. Burchianti, A. Bogi, C. Marinelli, C. Maibohm, E. Mariotti, S. Sanguinetti and L. Moi: Optical characterization and manipulation of alkali metal nanoparticles in porous silica, *The European Physical review letters*, 116(13):133201, 2016
13. Fabian Munkes, Aufbau eines Frequenzmodulationssystems zur Spektroskopie in optisch dünnen Alkaligasen :Bachelorarbeit, *Universität Stuttgart, 2016*

## 11 Anhang

Programm in Matlab, mit dem die modellierten Spektren in den Abbildungen 26 bis 35 angefertigt wurden:

```

3 function EN = Signal(phi)
4 % Diese Funktion erzeugt das Spektrum , das sich mit
5 % Frequenzmodulationsspektroskopie an Rubidiumdampf ergibt.
6 % Dazu wird ein Absorptionsspektrum mit einem simulierten frequenzmodulierten
7 % Signal gefaltet.
8 % Eingabe: n: Phase, die am Linestrichter eingestellt wird
9 % Ausgabe: Das fertige Spektrum

11 % Erstellung des Lorentzpeaks des Lasers

13 close all;
14 t=0:0.1:500;
15 tn=t./max(t);
16 FWHM1=10;
17 FWHM2=1;
18 s1=(2*(2*log(2))^(0.5))^(−1)*FWHM1;
19 s2=(2*(2*log(2))^(0.5))^(−1)*FWHM2;
20 L = (1/pi) * (s1./(s1^2+(t−250).^2));
21 p = (1/pi) * (s2./(s2^2+(t−250).^2));
22 p1 = (1/pi) * (s2./(s2^2+(t−440).^2));
23 p2 = (1/pi) * (s2./(s2^2+(t−60).^2));

25 % Transformation ueber Kramers–Kronig–Relation

27 pq = interp1(tn,p,tn.^2);
28 pq1 = interp1(tn,p1,tn.^2);
29 pq2 = interp1(tn,p2,tn.^2);
30 pstq = −imag(hilbert(pq));
31 pstq1 = −imag(hilbert(pq1));
32 pstq2 = −imag(hilbert(pq2));

34 pst = interp1(tn.^2, pstq, tn);
35 pst1 = interp1(tn.^2, pstq1, tn);
36 pst2 = interp1(tn.^2, pstq2, tn);

```

```

38 % Faltung und Reskalierung des Signals

40 S =conv(L,((-p1+p2))*(cos(phi)^2)+(pst1+pst2-2*pst)*(sin(phi))^2);
41 sle = length(S);
42 SE = S(round(sle/2)-2500:round(sle/2)+2500);
43 fac = 1/max(abs(SE));
44 SE = fac * SE;
45 % SE = interp1(t.^2,t,SE);

47 % Einbringen des Absorptionssignals und Ergaenzung um den Imaginaerteil
48 % ueber Kramers-Kronig

50 waveform = ReadLeCroyBinaryWaveform('2017_05_19/...
51 C1Absorptionsspektroskopie_eigene_Zelle_Beginnabend.trc');
52 wx = waveform.x+abs(min(waveform.x));
53 wxn = wx./max(wx);
54 wy = waveform.y;
55 wyq2 = interp1(wxn, wy, wxn.^2);
56 wyqh2 = -imag(hilbert(wyq2));
57 wy2 = interp1(wxn.^2, wyqh2, wxn);
58 wy3 = wy*(cos(phi))^2+wy2*(sin(phi))^2;

61 % Erstellen und Zeichnen des endgueltigen Signals

63 E = conv(SE,wy3);
64 EN = E(5000:length(E)-5000);
65 ENx = linspace(0,12200,length(EN));
66 plot(ENx,EN);
67 grid on;
68 xlabel('rel. Frequenz [Hz]');
69 ylabel('Amplitude [a.u.]');
70 axis([-inf inf -inf inf]);

```