Bachelorarbeit

Ein Lasersystem zum optischen Pumpen von Dysprosium

Nicolas Zuber

14. August 2013

Universität Stuttgart

5. Physikalisches Institut
Prof. Dr. Tilman Pfau

Erklärung

Hiermit erkläre ich,

- dass ich die Arbeit selbständig verfasst habe,
- dass ich keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt und alle wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken übernommenen Aussagen als solche gekennzeichnet habe,
- dass die eingereichte Arbeit weder vollständig noch in wesentlichen Teilen Gegenstand eines anderen Prüfungsverfahrens gewesen ist,
- dass die Arbeit weder vollständig noch in Teilen bereits veröffentlicht ist, und
- dass der Inhalt des elektronischen Exemplars mit dem des Druckexemplars übereinstimmt (nach § 24(7) PO).

Stuttgart, 14. August 2013
Ort, Datum

Nicolas Zuber

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung

Ultrakalte verdünnte Gase bieten die Möglichkeit Vielteilchen-Phänomene zu untersuchen und diese gezielt zu manipulieren [10]. Vor allem entartete Quantengase ermöglichen neue Erkenntnisse im Bereich der kondensierten Materie. Dysprosium bietet den Vorteil aufgrund seines großen magnetischen Momentes eine Dipol-Dipol-Wechselwirkung zu besitzen und gleichzeitig aus stabile fermionische und bosonische Isotope zu bestehen.

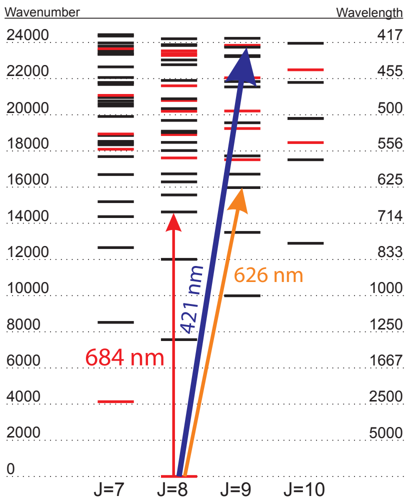


Abbildung 1.1.: Niveauschema des Dysprosiumatoms mit wichtigen Übergängen für die Kühlung. Der 421-Übergang wird für den Zeemanslower verwendet. Mit einem Laser der Wellenlänge 626 nm wird eine magneto-optische Falle realisiert. Mit dem 684 nm Übergang werden Dy-Atome optisch gepumpt (nach [18]).

Um ein entartetes Quantengas zu erhalten wird in einem Evaporationsofen Dysprosium bis zur Sublimation erhitzt und die Dysprosiumatome durch einen Laser mit einer Wellenlänge von 421 nm abgebremst. Die langsamen Atome werden in einer magneto-optischen Falle gefangen, indem ein Kühlübergang bei 626 nm verwendet wird. Die Dysprosiumatome werden dann in eine optische Dipolfalle umgeladen und mit Verdampfungskühlung bis zur Quantenentartung gekühlt. Durch dipolare Relaxation kommt es bei hohen Dichten in der Falle zu Verlusten. Diese können jedoch

vermieden werden, indem die Atome in den niedrigsten Zeemanzustand $m_J = -8$ gepumpt werden. Dafür wird ein J→J Übergang benötigt, da dieser Dunkelzustände bei maximaler Spinausrichtung hat. Bei Dysprosium gibt es einen solchen Übergang bei einer Wellenlänge im Vakuum von 683,731 nm [19], siehe Abbildung 1.1.
Ein Nachteil von Verdampfungskühlung ist der nicht zu vermeidende Atomverlust wärmerer Atome. Dipolare Gase bieten aufgrund der dipolaren Relaxation zusätzlich die Möglichkeit der verlustfreien Entmagnetisierungskühlung, bei der ein Teil der thermischen Energie aufgewendet wird, um das Atom in ein höheren Zeemanzustand zu versetzen. Um konstant weiter zu kühlen werden die Atome mithilfe des oben genannten J→J Übergangs in den untersten Zeemanzustand zurück gepumpt.
Eine technische Schwierigkeit ist allerdings die schmale Linienbreite dieses Übergangs von $\gamma = 95 \pm 3\,\mathrm{kHz}$ [19]. Aufgrund dieses schmalen Übergangs ist es wichtig, den Laser zu stabilisieren. Dazu wird in dieser Arbeit ein hochstabiler Resonator mit einer großen Finesse verwendet. Dabei sollte die Linienbreite des Lasers kleiner als die des Übergangs sein, damit dieser genau angesprochen werden kann. Zusätzlich wird mit diesem hochstabilen Laser ein Transferresonator längenstabilisiert, welcher für den Kühlübergang bei 741 nm verwendet wird (siehe [4]).
Die Arbeit beginnt in Kapitel 2 mit einer Erläuterung der theoretischen Grundlagen. In Kapitel 3 wird dann auf den Aufbau des Lasersystems zum optischen Pumpen eingegangen und dieses charakterisiert. Dabei ist es gelungen den Laser auf eine Breite von unter 35 kHz zu stabilisieren. Am Ende der Arbeit werden die Dysprosiumatome in der magneto-optischen Falle spektroskopisch untersucht.

2. Grundlagen

2.1. Gaußoptik

Die geometrische Strahlenoptik reicht oft aus, um im Alltag Vorgänge, wie zum Beispiel die Entstehung eines Regenbogens zu beschrieben und führte schon Anfang des 17 Jh. zur Entwicklung des Fernrohres [13]. Allerdings stößt diese einfache Theorie an ihre Grenzen, wenn es um die Erklärung von Beugung und Interferenz geht, da die Welleneigenschaften des Lichtes vernachlässigt werden.
Die Wellenoptik berücksichtigt die Welleneigenschaften des Lichtes, was vor allem dann eine Rolle spielt, wenn die Größenordnungen des physikalischen Systems im Bereich der Wellenlänge liegen. Die ebenen Wellen und die Kugelwellen sind hierbei extreme Gegensätze. Breitet sich die ebene Welle nur in eine Richtung aus, so propagiert die Kugelwelle radial in alle Richtungen des Raums. Es gibt aber auch Lichtstrahlen, z.B. kollimierte Laserstrahlen, die sich hauptsächlich entlang einer Achse ausbreiten, aber radial zu dieser Achse eine begrenzte Ausdehnung besitzen. Die Wellenfronten dieser Strahlen ähneln an der schmalsten Stelle denen einer ebenen Welle. In größerer Entfernung nähern sie sich aber der Form von Kugelwellen an. Die Wellenfronten einer solchen Welle sind in Abbildung 2.1 dargestellt. Es ist daher für die Beschreibung realer Laserstrahlen nötig, komplexere Wellenformen zu wählen. Der Gaußtrahl [16] ist eine Möglichkeit, einen Laserstrahl zu beschreiben. In radialer Richtung entspricht die Intensität

$$I(\rho,z) = I_0 \left[\frac{W_0}{W(z)}\right]^2 \exp\left[-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right] \tag{2.1}$$

einer Gaußkurve (siehe Abbildung 2.2). Die in dieser Gleichung vorkommenden Größen werden im Folgenden näher erläutert. Für die Ausbreitungsrichtung des Lichtstrahls wird im Folgenden die z-Achse gewählt.

Strahlradius Bei der radialen Verteilung ist der Strahlradius definiert als Radius $W(z)$ bei dem die Intensität auf $1/e^2$ abgefallen ist

$$W(z) = W_0 \left[1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} . \tag{2.2}$$

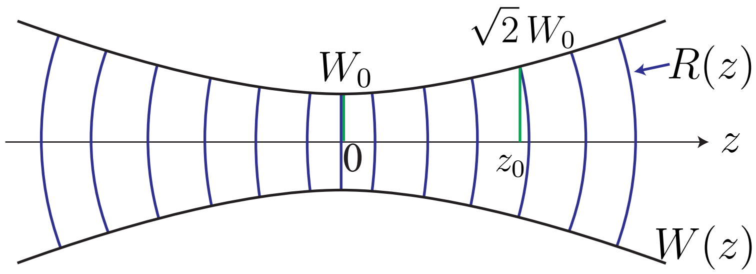


Abbildung 2.1.: Die Wellenfronten und der Durchmesser eines Gaußstrahls in Abhängigkeit der Entfernung. Bei $z = 0$ liegt der kleinste Strahlradius W_0 und im Abstand der Rayleighlänge ist der Radius auf $\sqrt{2}W_0$ angewachsen.

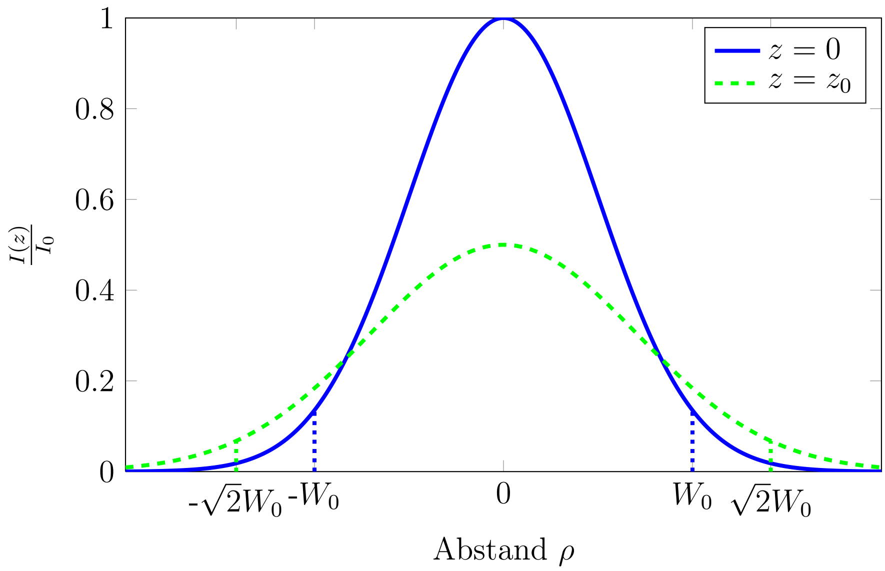


Abbildung 2.2.: Intensitätsprofil eines Gaußtrahls in radialer Richtung an der Position des minimalen Strahlradius W_0 und im Abstand der Rayleighlänge z_0 mit einem Radius von $\sqrt{2}W_0$.

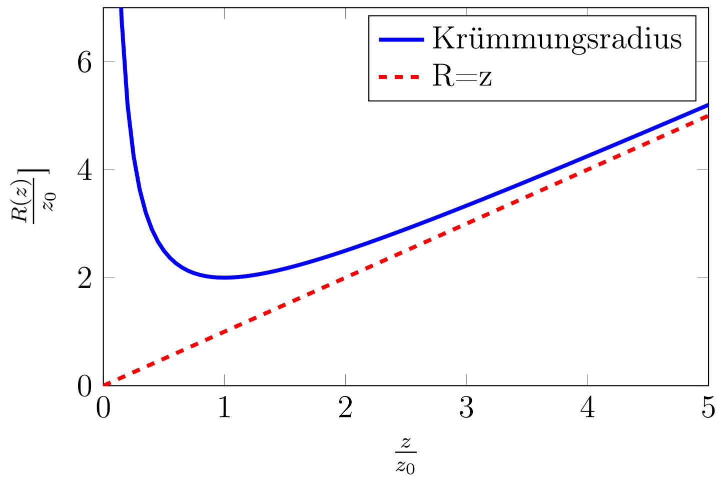


Abbildung 2.3.: In der Abbildung ist der Krümmungsradius in Abhängigkeit des Verhältnisses von $\frac{z}{z_0}$ dargestellt. Bei z=0 geht der Radius gegen unendlich. Für $\frac{z}{z_0} \gg 1$ nähert sich der Krümmungsradius der rot gestrichelten Linie $R(z) = z$ an. Der Krümungsradius wird bei der Rayleighlänge minimal.

Dabei ist W_0 der minimale Strahlradius bei $z = 0$

$$W_0 = \left(\frac{\lambda z_0}{\pi}\right)^{1/2} \tag{2.3}$$

und hängt von der Wellenlänge λ und der Rayleighlänge z_0 ab. Der Strahlradius ist bei der Rayleighlänge z_0 um den Faktor $\sqrt{2}$ angewachsen:

$$W(z_0) = \sqrt{2} W_0 \,. \tag{2.4}$$

Radius der Wellenfronten Der Krümmungsradius $R(z)$ spielt für die Intensität des Strahls keine Rolle, ist aber dennoch wichtig für die Einkopplung in einen Resonator. Dieser gibt die Krümmung der Linien konstanter Phase an:

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right] \tag{2.5}$$

In der Nähe des kleinsten Strahlradius bei $z = 0$ gleichen die Wellenfronten des Gaußstrahls, wie in den Abbildungen 2.1 und 2.3 zu sehen ist, denen einer ebenen Welle mit einem Krümmungsradius $R(z\!=\!0) = \infty$. Bei der Rayleighlänge ist der Krümmungsradius minimal und nähert sich im Fernfeld dem Radius einer Kugelwelle $R(z \to \infty) = z$ an.

2.2. Resonatortheorie

Ein Resonator ist ein System, bei dem eine Welle mit sich selbst überlagert wird und wie in Abbildung 2.4 eine stehende Welle bildet. Diese stehenden Wellen werden Moden genannt. Bei einem optischen Resonator, der im Folgenden näher betrachtet werden soll, sind es elektromagnetische Wellen, die diese Moden ausbilden. Analog zu einem elektrischen Schwingkreis, der elektrische Energie speichert, kann ein Resonator Licht passender Wellenlänge räumlich eingegrenzt speichern. Im Jahre 1897 setzten Charles Fabry und Alfred Pérot als erste einen aus zwei planparallelen Spiegeln bestehenden Resonator als Interferometer ein (siehe [14]). Heutzutage ist das Anwendungsgebiet stark angewachsen. So werden Resonatoren bei der Erzeugung von Laserlicht [13], sowie zu dessen Stabilisierung verwendet. Unterschiede gibt es bei der Art der Spiegel die hierbei verwendet werden. In diesem Kapitel wird auf den Fabry-Pérot Resonator mit zwei planparallelen Spiegeln, wie in Abbildung 2.4 dargestellt, und den konfokalen Resonator mit zwei sphärischen Spiegeln eingegangen. Eine ausführliche Behandlung dieses Themas findet sich in [16, Kapitel 9].

2.2.1. Resonatortypen und ihre Stabilität

Der Spiegelradius eines planparallelen Resonators beträgt $R = \infty$. Damit sich die Strahlen überlagern können, müssen die Spiegel exakt parallel ausgerichtet werden. Kleinste Ungenauigkeiten bei der Ausrichtung der Spiegel oder bei der Einkopplung des Lichtes in den Resonator führen dazu, dass das Licht nicht stabil im Resonator gehalten wird, sondern seitlich aus dem Resonator wandert.
Im Gegensatz dazu können mit sphärischen Spiegeln, d.h. der Radius ist größer oder kleiner Null, stabilere Resonatoren gebaut werden. Ein symmetrisch konfokaler Resonator besitzt konkave Spiegel mit einem Krümmungsradius $R < 0$, wobei die Brennpunkte $f = \frac{R}{2}$ der Spiegel im Zentrum des Resnonators aufeinander fallen. Anders ausgedrückt bedeutet dies, dass die Resonatorlänge d gleich den negativen Radien der Spiegel entspricht. Im Unterschied zum planparallelen Resonator überlagern sich die Strahlen im Resonator unabhängig von ihrer Anfangsposition und ihren Winkel, solange diese sich fast parallel zur z-Achse ausbreiten (siehe [16, Kapitel 9.2, S. 330]). Eine weitere positive Eignenschaft eines Resonators mit sphärischen Spiegeln ist die Toleranz gegenüber Änderungen des Spiegelabstandes d, ohne dass dadurch die Stabilität beinflusst wird.
Dies drückt sich auch in einer allgemeine Stabilitätsbedingung für Resonatoren aus, die man mit Hilfe der Strahlenoptik erhält [13, Kapitel 5.6.2]

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \,. \tag{2.6}$$

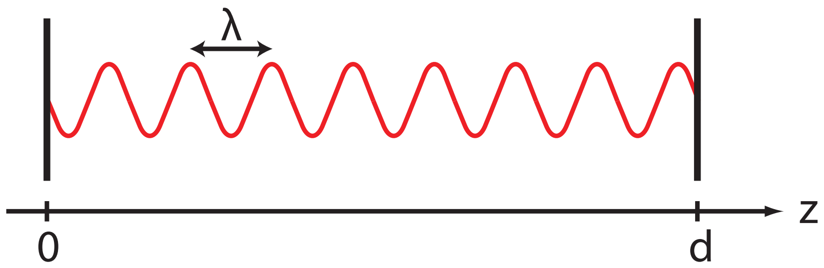


Abbildung 2.4.: Fabry-Pérot-Resonator mit zwei planparallelen Spiegeln. Damit sich eine stehende Welle bilden kann muss die Wellenlänge des Lichtes ein Vielfaches der doppelten Resonatorlänge d sein.

Die Größen $g_{1,2} = \left(1 + \frac{d}{R_{1,2}}\right)$ sind dabei nur von den Radien R der Spiegel und deren Abstand d abhängig. Ist diese Bedingung erfüllt, kann sich eine stehende Welle zwischen den Spiegeln bilden. Für symmetrische Resonatoren, d.h. $R_1 = R_2 = R$ lässt sich dies zu

$$0 \leq \frac{d}{-R} \leq 2 \tag{2.7}$$

vereinfachen. Variiert man also den Spiegelabstand eines solchen Resonators, kann sich eine stabile Resonanz ausbilden, solange die Stabilitätsbedingung erfüllt ist. In Abbildung 2.5 ist diese grafisch dargestellt. Im unschraffierten Bereich ist diese Bedingung erfüllt. Der planare Spiegel liegt im Bild an der mit ‚a' markierten Position und im Koordinatenursprung befindet sich der konfokale Resonator.

2.2.2. Moden und Modenanpassung

In einem idealen planparallelen Resonator wie in Abbildung 2.4 muss der doppelte Spiegelabstand d einem ganzen Vielfachen der Wellenlänge λ des eingestrahlten Lichtes entsprechen

$$2d = q\lambda \;\Rightarrow\; \nu_q = q\frac{c}{2d}, \qquad q \in \mathbb{N} \tag{2.8}$$

damit sich dieses konstruktiv überlagert und eine stehende Welle bildet. Die Resonanzfrequenz hängt dabei vom Spiegelabstand und der Lichtgeschwindigkeit c im Resonator ab. Im Transmissionsspektrum macht sich dies als periodische Abfolge von Resonanzspitzen bemerkbar. Die Frequenzdifferenz

$$\nu_{\text{FSR}} = \nu_{q+1} - \nu_q = \frac{c}{2d} \tag{2.9}$$

zwischen zwei benachbarten Resonanzfrequenzen wird als freie Spektrallänge bezeichnet (FSR = engl. free spectral range, freie Spektrallänge). Auf das genaue Aussehen wird in Abschnitt „2.2.3 Spektrum und Finesse" näher eingegangen.

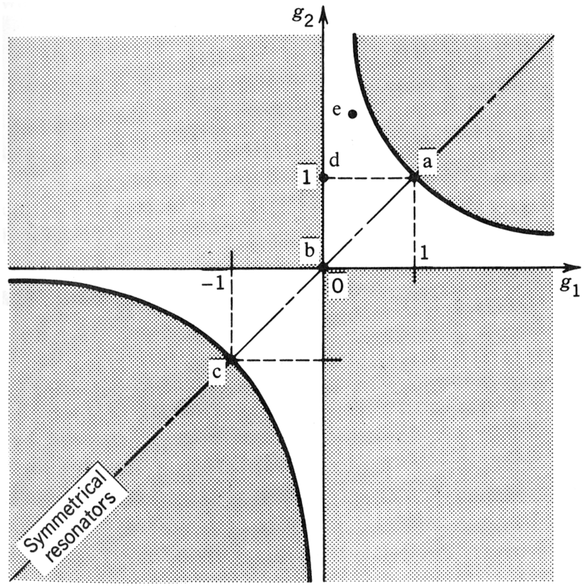
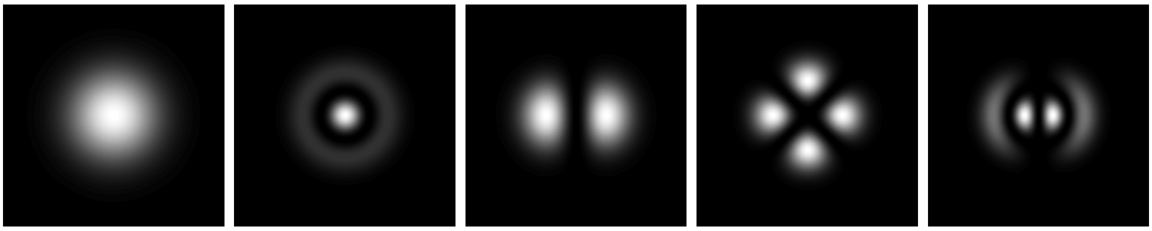


Abbildung 2.5.: Darstellung der Stabilitätsbedingung für Resonatoren. Liegen die Parameter $g_1 = 1 + \frac{d}{R_1}$ und $g_2 = 1 + \frac{d}{R_2}$ im weißen Bereich ist der Resonator stabil. a) Bei einem planparallelen Spiegel sind g_1 und g_2 gleich eins. b) Symmetrisch konfokaler Resonator mit $R_1 = R_2 = -d$. c) Symmetrisch konzentrische Resonator. Im Vergleich zu b) ist bei gleichem Spiegelradius der Abstand doppelt so groß.[16]

Um Informationen über die räumliche Ausdehnung der Lichtmoden zu erhalten, muss man von der Strahlenoptik zur Wellenoptik übergehen. Wie in Kapitel „Gaußoptik“ aufgeführt ist, wird ein Laserstrahl gut durch eine Gaußmode beschrieben. Eine Erweiterung des Gaußstrahles stellen höhere Moden dar. Dabei haben deren Wellenfronten den gleichen Krümmungsradius wie die Gaußmode, jedoch wird die Einhüllende der Amplitude durch Laguerrepolynome in radialer Richtung ρ zur Ausbreitungsachse und in Abhängigkeit des Azimutalwinkel φ moduliert (siehe Abbildung 2.6). Die Benennung der Strahlen erfolgt nach dem radialen Index n und dem azimutalen Index m der Laguerrepolynome: $\mathrm{TEM}_{n,m}$ (transversalelektromagnetische Mode). Sind n=0 und m=0, ergibt sich die oben beschriebene Gaußmode. Weitergehende Informationen sind in [13] und [16] zu finden.
Das elektrische Feld erfährt einen Phasenverschiebung durch die Gouy-Phase

$$\phi(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right) \tag{2.10}$$

welche in der Gleichung 2.1 für die Intensität herausfällt. Diese führt zu einer Verzögerung der Wellenfronten im Vergleich zu einer ebenen Welle. Der Wert der Gouy Phase geht von $-\pi/2$ bei $z = -\infty$ bis $+\pi/2$ bei $z = +\infty$.



(a) $TEM_{0,0}$ (b) $TEM_{1,0}$ (c) $TEM_{0,1}$ (d) $TEM_{0,2}$ (e) $TEM_{1,1}$

Abbildung 2.6.: Intensitätsverlauf verschiedener TEM-Moden des Laguerre-Gaußstrahls in einer Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.

Zusätzlich verändert sich dadurch bei Laguerre-Gauß-Moden die Resonanzfrequenz, da die zusätzliche Gouy-Phase eine Verschiebung der Frequenz verursacht. Die neuen Resonanzfrequenzen ergeben sich mit

$$\nu_{n,m,q} = q\nu_{\mathrm{FSR}} + (2n+m+1)\frac{\Delta\phi}{\pi}\nu_{\mathrm{FSR}}\,, \qquad n,m = \mathbb{N}_0\,. \tag{2.11}$$

$\Delta\phi$ bezeichnet die Differenz der Gouy-Phasen an den Spiegeln [16].
Damit die Laguerre-Gauß-Strahlen in sich selbst zurück reflektiert werden, müssen die Krümmungsradien der Wellenfronten bei der Reflexion an der Spiegelposition mit denen der Spiegel übereinstimmen. Daher muss beim Einkoppeln in den Resonator der Radius und die Krümmung der Wellenfronten durch Linsen passend eingestellt werden. Zusätzlich ist es wichtig auch den Einfallswinkel des Strahles genau einzustellen. Ohne diese sogenannte Modenanpassung werden, wie in Abbildung 2.7 zu sehen, beim konfokalen Resonator höhere Moden (Laguerre-Gauß-Moden) angeregt.

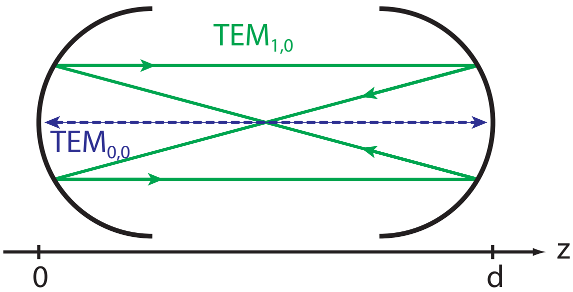


Abbildung 2.7.: Zwei verschiedene Moden in einem sphärischen Resonator. Wird nicht gerade in der Mitte der Spiegel eingekoppelt, werden höhere Moden, wie zum Beispiel die $TEM_{1,0}$ angeregt

2.2.3. Spektrum und Finesse

Ein Resonator wird durch verschiedene Größen charakterisiert, die das Aussehen des Spektrums beeinflussen. Im folgenden wird auf die Form des Spektrums und eine wichtige Kenngröße, die Finesse, eingegangen.
Durch Dämpfung der Amplitude des Feldes im Resonator kommt es, wie in Abbildung 2.8 dargestellt, zu einer Verbreiterung der Transmissionslinien. Diese Dämpfung hat ihre Ursache in der nicht perfekten Reflektivität R der Spiegel und der Streuung und Absorption α des Lichtes aufgrund von Material zwischen den Spiegeln. Man kann sich dafür vorstellen, dass die reflektierten Wellen A_i sich im Resonator zu einer Gesamtwelle $A = \sum_i A_i$ aufsummieren. Dies ist in Abbildung 2.9 schematisch dargestellt. Durch die Dämpfung haben die Wellen jedoch unteschiedliche Amplituden, die durch $A_{i+1} = r \cdot \exp[-i\pi\nu/\nu_{\mathrm{FSR}}]A_i$, mit $r^2 = R_1 R_2 \exp(-2\alpha d)$, zusammenhängen [16]. Dadurch kann die Summe in eine geometrische Reihe umgeformt werden und für die Intensität, also dem Amplitudenquadrat der Welle, ergibt sich

$$I = \frac{|A_0|^2}{|1 - re^{-i\pi\nu/\nu_{\mathrm{FSR}}}|^2} .$$

Dies kann dann noch in

$$I(\nu) = \frac{I_{\max}}{1 + (2\mathscr{F}/\pi)^2 \sin^2(\pi\nu/\nu_{\mathrm{FSR}})} \qquad \text{mit} \tag{2.12}$$
$$I_{\max} = \frac{I_{\mathrm{Einfallend}}}{(1-r)^2} \quad \text{und der Finesse} \quad \mathscr{F} = \frac{\pi r^{1/2}}{1-r}$$

umgeschrieben werden, wobei $I_{\mathrm{Einfallend}} = |A_0|^2$ ist [16]. Je kleiner die Reflektivität der Spiegel, oder je größer die Absorption ist, desto breiter werden die Transmissionsspitzen.
Die Finesse $\mathscr{F}$ ist dabei eine für den Resonator charakteristische Größe. Ist die Finesse viel größer als Eins, gilt

$$\mathscr{F} = \frac{\nu_{\mathrm{FSR}}}{\Delta_{1/2}} \tag{2.13}$$

und hängt nur von der freien Spektrallänge ν_{FSR} und der Halbwertsbreite $\Delta_{1/2}$ ab. Die Halbwertsbreite gibt dabei die Breite der Resonanzspitzen an, bei dem die Intensität auf die Hälfte abgefallen ist. Je größer die Finesse ist, desto schmäler sind die Resonanzen im Vergleich zu deren Abstand.
Betrachtet man eine Resonanzspitze in einer kleine Umgebung um die Resonanzfrequenz ν_q, kann diese mit einer Lorentzkurve

$$I(\nu) = I_{\max} \frac{\left(\Delta_{1/2}\right)^2}{\left(\Delta_{1/2}\right)^2 + 4(\nu - \nu_q)^2} \tag{2.14}$$

der Amplitude $I_{\max}$ und der Halbwertsbreite $\Delta_{1/2}$ angenähert werden. Die genaue Herleitung ist im Anhang „A. Lorentzform des Resonatorspektrums“ zu finden.

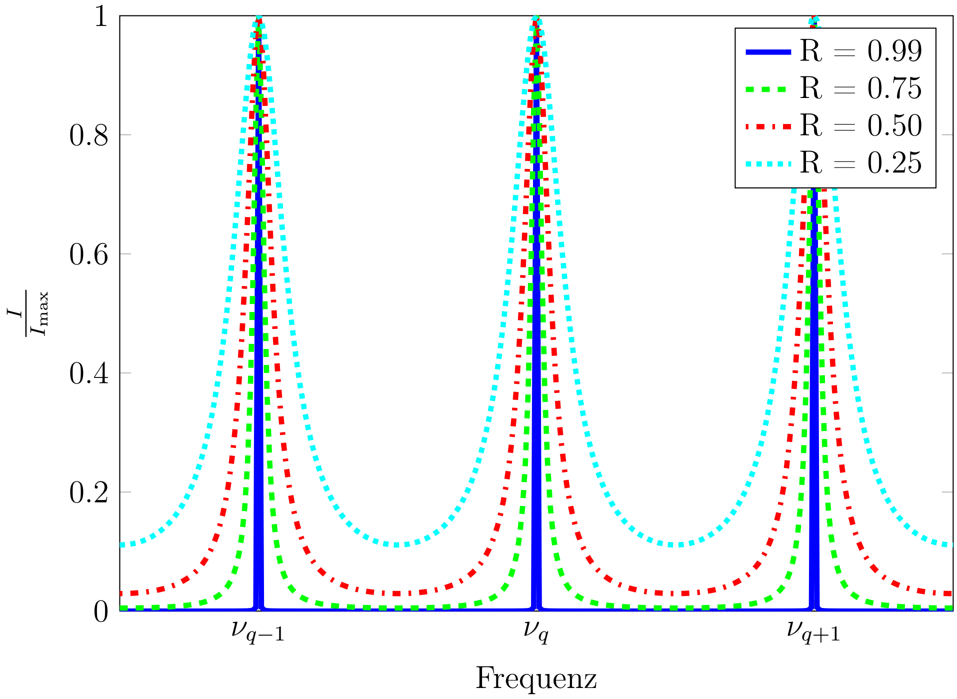


Abbildung 2.8.: Frequenzspektrum der $\mathrm{TEM}_{0,0}$-Moden über zwei freie Spektrallängen eines Resonators für verschiedene Reflektivitäten R der Spiegel. Zu erkennen sind die durch geringer werdende Reflexion und somit ansteigenden Verlusten, breiter werdenden Resonazspitzen.

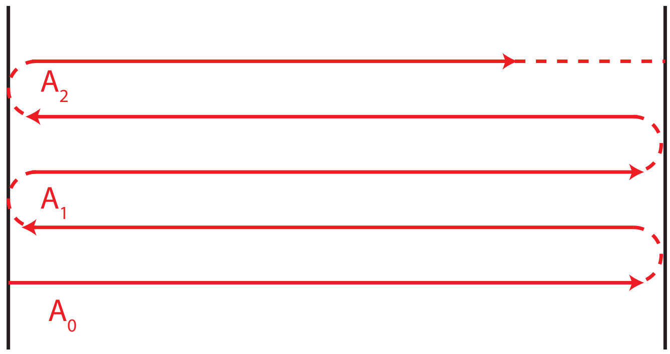


Abbildung 2.9.: Das Licht im Resonator wird hin und her reflektiert und verliert bei jedem Durchgang etwas an Intensität $\Rightarrow A_0 > A_1 > A_2$.

Kann die Absorption zwischen den Spiegeln vernachlässigt werden, ist die Intensitätsabschwächung nach einem Rundlauf nur von den Reflektivitäten R_1 und R_2 der beiden Spiegel abhängig. Hat man zusätzlich bei beiden Spiegeln die selbe Reflektivität, entspricht der Verlustfaktor r genau der Spiegelreflektivität R. Die Finesse

$$\mathscr{F} = \frac{\pi R^{1/2}}{1-R} \tag{2.15}$$

hängt somit direkt von der Qualität der Spiegel ab.[13, 16]

2.2.4. Photonenlebensdauer

Die Photonenlebensdauer ist eine statistische Größe, die angibt wie lange es dauert, bis die Energie im Resonator auf $1/e$ des ursprünglichen Wertes abgefallen ist. Über die Lichtgeschwindigkeit c ist die Photonenlebensdauer mit dem Weg L, welchen ein Photon in dieser Zeit zurück legt, verknüpft [6]. Dies entspricht gleichzeitig n Durchgängen durch den Resonator:

$$\tau_p = \frac{L}{c} = \frac{n \cdot 2d}{c} = \frac{n}{\nu_{\mathrm{FSR}}} \,. \tag{2.16}$$

Alternativ kann der Verlust bei einem Durchgang des Lichtes im Resonator durch einen allgemeinen Dämpfungskoeffizienten mit $r^2 = \exp\left[-2\alpha_a \cdot d\right]$ ausgedrückt werden. Für kleine Verluste $\alpha_a \cdot d$ ergibt sich damit für die Finesse $\mathscr{F} = \frac{\pi}{\alpha_a d}$. Die Linienbreite

$$\Delta_{1/2} = \frac{\nu_{\mathrm{FSR}}}{\mathscr{F}} = \frac{c\,\alpha_a\,d}{\pi \cdot 2d} = \frac{c\alpha_a}{2\pi} \tag{2.17}$$

kann so umgeschrieben werden, dass sie von einer Dämpfung pro Zeit $c \cdot \alpha_d$ abhängig ist. Das Reziproke dieser Größe wird als Photonenlebensdauer interpretiert und so erhält man einen direkten Zusammenhang zur Linienbreite [16]:

$$\tau_p = \frac{1}{2\pi\Delta_{1/2}} \,. \tag{2.18}$$

2.3. Frequenzstabilisierung eines Lasers

Um einen Laser zu stabilisieren benötigt man eine genaue Referenzfrequenz, auf die der Laser stabilisiert werden kann. Eine Möglichkeit ist es, als Referenz die Frequenz eines atomaren Übergangs zu verwenden. Dazu kann man Dampfzellen verwenden, in denen die Absorption des Lichtes an den Atomen gemessen wird. Allerdings wird die Genauigkeit dabei von der Breite des atomaren Übergangs begrenzt. Als Alternative bieten sich Resonatoren an, die wie in Kapitel 2.2.3 beschrieben nur diskrete Resonanzfrequenzen besitzen und es erlauben mehrere Laser gleichzeitig zu stabilisieren.

2.3.1. Pound-Drever-Hall-Verfahren

Bei Resonatoren können die Flanken des Transmissionssignals dazu verwendet werden, den Laser zu stabilisieren. Diese weisen eine große Änderung bei einer kleinen Frequenzvariation auf und könnten so dazu benutzt werden, Frequenzänderungen des Lasers zu bestimmen. Allerdings können bei dieser Methode Schwankungen der Laserintensität nicht von Frequenzschwankungen unterschieden werden. Das Pound-Drever-Hall-Verfahren hat diesen Nachteil nicht, da es sich auf die Phasendifferenz verschiedener Reflexionen bezieht.
Um ein Fehlersignal zu generieren, wird beim Pound-Drever-Hall-Verfahren das reflektierte Licht des Resonators verwendet, welches sich aus zwei Komponenten zusammensetzt. Ein Teil ist Licht, welches direkt an dem ersten Spiegeln des Resonators reflektiert wird, so dass es nicht in den Resonator eindringen kann. Dieses überlagert sich mit Licht, welches durch die nicht perfekt reflektierenden Spiegel aus dem Inneren des Resonators nach außen dringt. Die Überlagerung der beiden elektrischen Felder erzeugen auf einer Fotodiode ein sogenanntes Reflexionssignal. (siehe Abbildung 2.10 ②).
Im Resonanzfall sind die Amplituden des elektrischen Feldes beider Komponenten gleich groß und genau um den Wert π phasenverschoben, so dass sie sich gegenseitig kompensieren. Nahe der Resonanz sind die Amplituden zwar immer noch fast gleich groß, jedoch ist die Phasendifferenz nicht mehr exakt π und es gibt keine vollständige destruktive Interferenz [2]. Solch ein Reflexionssignal ist in Abbildung 2.11 in grün gestrichelt abgebildet. Die Phase des reflektierten elektrischen Feldes hängt stark davon ab, ob die Frequenz des Lichtes größer oder kleiner der Resonanzfrequenz ist. In Abbildung 2.10 ist der Aufbau zu sehen, mit dem daraus das Fehlersignal generiert werden kann.

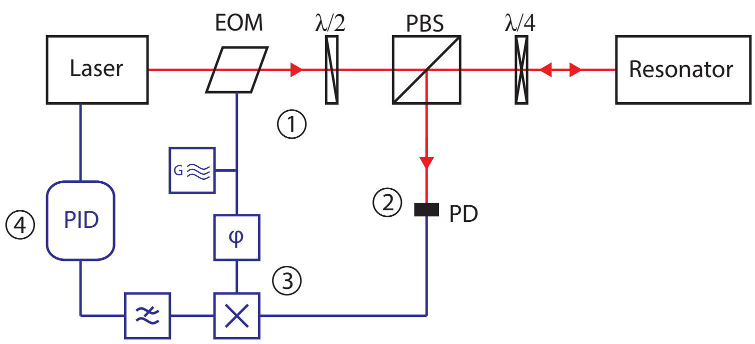


Abbildung 2.10.: Die schematische Funktionsweise und der Aufbau des Pound-Drever-Hall-Verfahrens. Die benötigten elektronischen Komponenten für die Erzeugung des Fehlersignals und der Regelung des Lasers sind in blau dargestellt.

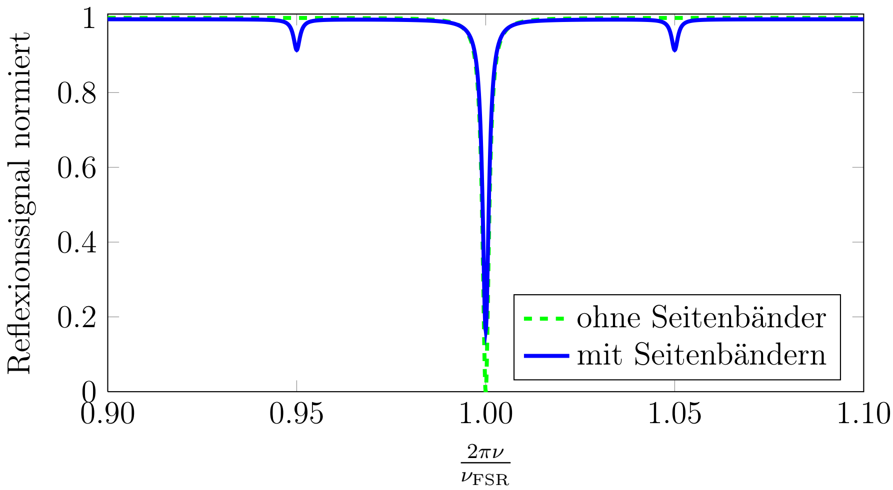


Abbildung 2.11.: Intensitätsverlauf des reflektierten Lichtes eines Resonators. Sind keine Seitenbänder aufmoduliert, sieht das Signal wie die grün gestrichelte Kurve aus. Bei der blauen Kurve wurde die Phase des Lichtes moduliert. Die aufmodulierte Frequenz beträgt dabei 5% des freien Spektralbereichs und die Modulationstiefe ist 0.6.

Der erste Schritt besteht darin, die Phase des einfallenden elektrischen Feldes

$$E_{\mathrm{einf.}}(t) = E_0 e^{i(\omega t + b \sin \Omega t)} \tag{2.19}$$

mit der Amplitude E_0 und der Trägerfrequenz ω durch einen elektro-optischen Modulators (EOM) mit der Frequenz Ω und der Modulationstiefe b zu modulieren. In Abbildung 2.10 ist der EOM mit 1 gekennzeichnet und wird mit der benötigten Frequenz Ω von einem Frequenzgenerator G gespeist. Dadurch werden Seitenbänder erzeugt, die mit einer Frequenz von $\omega + \Omega$ und $\omega - \Omega$ schwingen:

$$E_{\mathrm{einf.}}(t) \approx E_0 J_0(b) e^{i\omega t} + \underbrace{E_0 J_1(b) e^{i(\omega+\Omega)t} - E_0 J_1(b) e^{i(\omega-\Omega)t}}_{\text{Seitenbänder}} . \tag{2.20}$$

Das elektrische Feld wird dazu unter der Annahme einer kleinen Modulationstiefe b mit den Besselfunktionen J_i entwickelt [2].
In Abbildung 2.11 ist in einer blauen durchgezogenen Linie das Reflexionssignal in Abhängigkeit der Laserfrequenz zu sehen. Stimmen Laser- und Resonanzfrequenz überein, nimmt das reflektierte Signal stark ab, sinkt jedoch nicht mehr ganz auf Null so wie im Fall ohne Seitenbänder. Dies liegt daran, dass die Seitenbänder eine zur Resonanzfrequenz um Ω verschobene Frequenz besitzen und dadurch fast vollständig reflektiert werden. Wenn die Frequenz eines Seitenbandes die Resonanzbedingung erfüllt, kommt es zu einer kleineren Abnahme des Reflexionssignals, da das Hauptband und das andere Seitenband reflektiert werden.

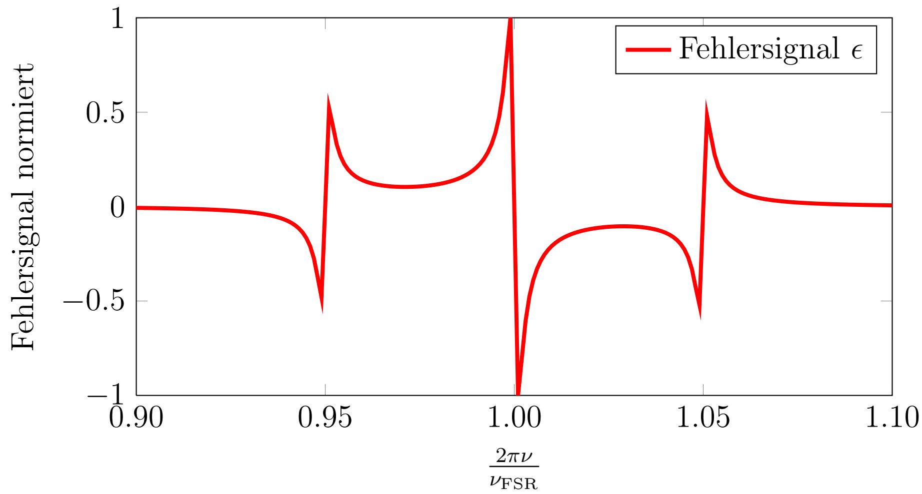


Abbildung 2.12.: In der Abbildung ist der Verlauf eines Fehlersignals zu sehen, wie es mit Hilfe des PDH-Verfahrens aus dem reflektierten Licht eines Resonators (siehe Abbildung 2.11) erzeugt wird.

Liegt die Trägerfrequenz nahe der Resonanzfrequenz ist das Signal der Fotodiode 2, welches durch die Überlagerung der reflektierten Seitenbänder mit dem Laserlicht entsteht, durch

$$|E_{\mathrm{ref.}}|^2 = \alpha - 4\beta \cdot \Im\left[F\left(\omega\right)\right] \sin \Omega t \tag{2.21}$$

gegeben, wobei $F(\omega)$ der Reflexionskoeffizient des Resonators ist. Die Konstanten α und β hängen von der Leistung des Lichtes in den Seitenbändern und des Hauptbandes ab und skalieren mit b^2 bzw. mit b. Terme mit $2 \cdot \Omega$ sind von der Ordnung b^2 und werden aufgrund von $b \ll 1$ vernachlässigt. Sie entstehen durch die Interferenz der Seitenbänder untereinander. Das gemessene Signal oszilliert mit der Frequenz Ω, welche mit dem EOM auf das Licht aufmoduliert wurde. In einem Mixer (Abb. 2.10 3) wird dieses Signal mit der Frequenz aus dem Frequenzgenerator gemischt, indem diese miteinander multipliziert werden. Es entsteht dadurch ein Signal mit einem Gleichspannungs- und einem mit doppelter Frequenz oszillierendem Anteil. Die Gleichspannung enthält die Information der relativen Lage der Trägerfrequenz zur Resonatorfrequenz und kann somit als Fehlersignal ϵ verwendet werden. Der Verlauf des Fehlersignals in Abhängigkeit der Lichtfrequenz ist in Abbildung 2.12 dargestellt. Sind im Mixer die beiden Eingangssignale, z.B. durch Laufzeitunterschiede, um $\pi/2$ phasenverschoben, sieht man aufgrund einer einfachen trigonomterischen Beziehung[1], dass der Gleichspannungsanteil verschwindet und somit kein Fehlersignal zur Verfügung steht. Dies kann wie in Abbildung 2.10 durch einen Phasenschieber korrigiert werden. Die hochfrequente Wechselspannung wird durch einen Tiefpassfilter herausgefiltert.

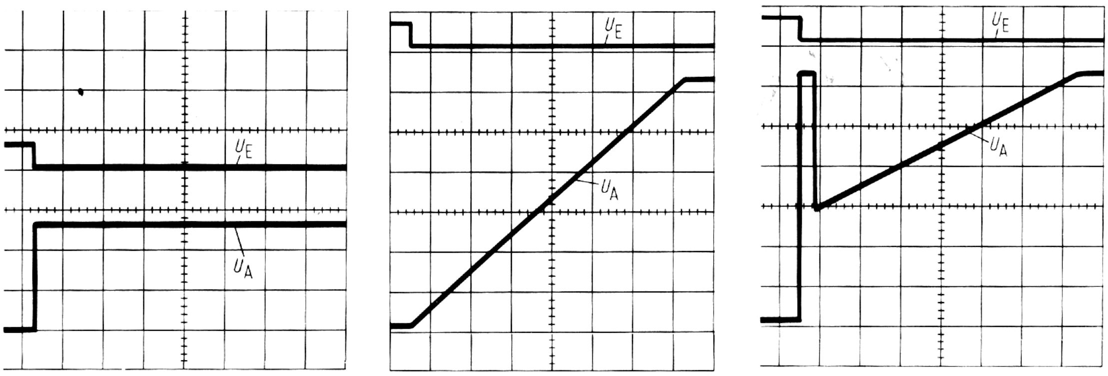
In Abbildung 2.12 ist die steile Flanke des Fehlersignals ϵ um die Resonanzfrequenz zu erkennen. Das bedeutet eine kleine Änderung der Frequenz resultiert in einer starken

[1] $\sin(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}\left(\sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta)\right)$

Änderung des Fehlersignals. Hinzu kommt, dass das Signal in diesem Bereich linear zur Laserfrequenz ist [2]. Dies ermöglicht daher eine einfache Weiterverarbeitung z.B. mit einem PID-Regler (siehe Abbildung 2.10 ④).

2.3.2. PID-Regler

Das Fehlersignal gibt zwar an, ob die Frequenz des Lasers zu hoch oder zu niedrig im Vergleich zur Referenzfrequenz ist, allerdings wird noch ein Regler zur Ansteuerung des Lasers benötigt. Dieser generiert aus dem Fehlersignal entsprechende Steuersignale für den Laser, um diesen zur gewünschten Frequenz hin zu verstimmen. Eine gebräuchliche Art der Regelschaltung ist der PID-Regler.
Der *Proportionalteil* des *P*ID-Reglers liefert eine zur Eingangsspannung proportionale, aber invertierte Ausgangsspannung, die sich nur um einen Verstärkungsfaktor c_P unterscheidet. Er liefert, wie in Abbildung 2.13a zu sehen ist, auf ein Eingangssignal sofort ein Ausgangssignal. Es ist jedoch möglich, dass trotz eines Ausgangssignals des Reglers der Laser nicht auf der gewünschten Frequenz läuft. Es entsteht dadurch ein stabiler Zustand, den der P-Regler nicht weiter ausgleichen kann.
Der *Integrator* des P*I*D-Reglers integriert, wie in Abbildung 2.13b gezeigt wird, über das Eingangssignal. Je länger also ein Eingangssignal vorherrscht, desto mehr regelt der Integrator. Wie stark der Einfluss des Integrators auf das Regelverhalten ist, wird durch c_I festgelegt. Zustände mit konstanten Abweichungen, wie sie beim P-Teil auftreten können, kommen dadurch nicht mehr vor.



(a) (b) (c)

Abbildung 2.13.: In (a) ist das Eingangs- und Ausgangssignal eines P-Reglers dargestellt. (b) lässt gut das Integrationsverhalten des Integrators erkennen. Das Regelverhalten des PID-Regler ist in (c) dargestellt. Der Differentiationsteil verursacht den starken Ausgangsspannungsimpuls als Reaktion auf die schnelle Änderung des Eingangssignals. [25, S. 188]

Der dritte Teil des PID-Reglers ist der *Differentialteil*. Er reagiert auf Änderungen des Eingangssignals und zwar umso stärker, je schneller die Änderung statt findet. Die Größe c_p gibt hier die Einflussstärke im Vergleich zu den anderen Reglern wieder. Mathematisch lässt sich das Ausgangssignal $U_A(t)$ schreiben als

$$U_A(t) = c_P \epsilon(t) + c_I \int_0^t \epsilon(t')dt' + c_D \frac{d\epsilon(t)}{dt} \tag{2.22}$$

wobei $\epsilon(t)$ das Eingangssignal des Reglers darstellt. Weitere Einsichten in das Regelverhalten bekommt man, wenn die Frequenzabhängigkeit der einzelnen Regelteile betrachtet wird. Um von der zeitlichen Darstellung in den Frequenzbereich zu transformieren, wird in der Regelungstechnik die Laplacetransformation $\mathcal{L}\left[x(t)\right] = x(s) = \int_0^\infty x(t) \exp\left[-st\right] dt$ verwendet, da damit Anfangsbedingungen behandelt werden können und dies ein Vorteil im Vergleich zur Fouriertransformation darstellt. Nach Durchführung der Laplacetransformation an Gleichung 2.22 ergibt sich die Frequenzabhängigkeit:

$$U_A(i\omega) = c_P\, \epsilon(i\omega) - \frac{ic_I}{\omega}\, \epsilon(i\omega) + ic_D\omega\, \epsilon(i\omega)\,. \tag{2.23}$$

In dieser Schreibweise ist zu erkennen, dass der Proportionalteil unabhängig von der Frequenz des Eingangssignals arbeitet. Dies gilt jedoch nur bedingt, da reale Schaltungen nicht beliebig schnelle Signale verarbeiten und ausgeben können. Der Integrationsteil ist proportional zum Inversen der Frequenz. Dies bedeutet, dass bei niedrigen Frequenzen der Integrator eine wichtige Rolle spielt. Die Stärke des D-Teils wächst mit steigender Frequenz an. Dies kann problematisch werden, wenn das Eingangssignal durch den Sensor zu stark verrauscht ist, da die schnellen und zufälligen Änderungen ein ungewolltes Verhalten des Reglers hervorrufen können. [1, 15]

3. Stabiles Lasersystem zum optischen Pumpen

In diesem Kapitel wird der Aufbau des Lasersystems beschrieben und dessen Eingenschaften charakterisiert. Durch dem Aufbau wird der Laser auf einen hochstabilen Resonator (ULE, engl. ultra low expansion cavity) stabilisiert. Von diesem wird das Spektrum, die Finesse und die Photonenlebensdauer gemessen. Ein zweiter Resonator wird mit Hilfe des Lasers längenstabilisiert und dessen Spektrum vermessen. Für die Stabilisierung wird in beiden Fällen das Pound-Drever-Hall-Verfahren verwendet, um ein Fehlersignal zu erzeugen. Damit die Atome im Experiment optisch gepumpt werden können, wird die Frequenz des Laserlichtes mit Hilfe eines akusto-optischen Modulators (AOM) verschoben und die Frequenzdifferenz zwischen der Resonanzfrequenz und der Frequenz des atomaren Übergangs gemessen.

3.1. Aufbau des Lasersystems

Der Aufbau des Lasersystems in Abbildung 3.1 gliedert sich in drei Bereiche. Im erste Teil ① wird der Strahl rund geformt und die Leistung zwischen dem Experiment und den Resonatoren aufgeteilt. In den beiden anderen Bereichen geht ein Teil des Lichtes zum hochstabilen Resonator ②, um den Laser zu stabilisieren, der andere Teil des Lichtes geht zum Transferresonator ③, damit dieser gegen Längenänderungen stabilisiert werden kann. Im Folgenden wird auf die Leistungsverteilung und die Strahlform des Lasers eingegangen. Die weiteren Details des Aufbaus werden zu Beginn der jeweiligen Kapitel 3.2.2, 3.4.1 und 3.6.1 erklärt, in denen das genauere Verständnis des Aufbaus für die Messung wichtig ist.

3.1.1. Strahlform des Lasers und Leistungsverteilung

Zur Erzeugung des Laserlichts wird ein Diodenlaser[1] verwendet, der Laserlicht mit einer Wellenlänge von 684 nm und einer Leistung von 16,4 mW bei einer Tempera-

[1]Toptica DL 100 pro Design

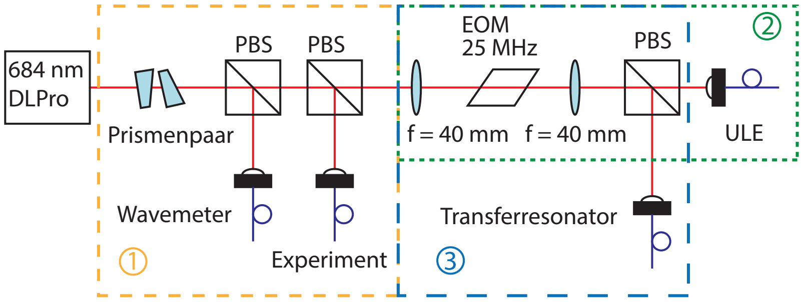
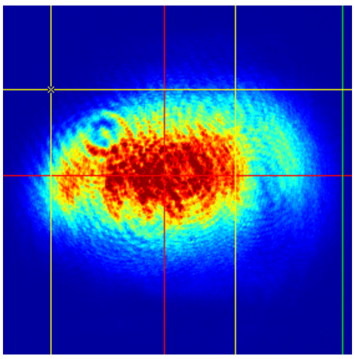
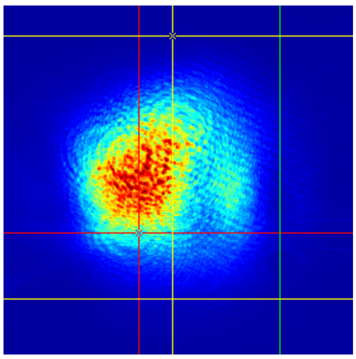


Abbildung 3.1.: Schematisches Bild des Aufbaus, der das Laserlicht auf die Resonatoren und zum Experiment aufteilt.

tur von 21,8 ° C und einem Diodenstrom von 58,7 mA erzeugt. Die Strahlform direkt nach dem Laser ist elliptisch und wird durch das anamorphe Prismenpaar (Thorlabs PS871-B) in horizontaler Richtung gestaucht (siehe Abb. 3.2), um einen runden Querschnitt des Strahls für den restlichen Versuchsaufbau zu erreichen. Dazu wurde nach [23] die theoretisch benötigte Anordnung für eine Halbierung der Breite mit $\alpha_1 = 20°$ und $\alpha_2 = 8°$ wie in Abbildung 3.3 gewählt und danach von Hand die Prismenposition angepasst. In der endgültigen Position wird der Strahl um den Faktor 1,7 gestaucht, wobei α_1 kleiner und α_2 größer als die oben genannten Werte sind.



(a) Ohne Prismen



(b) Mit Prismen

Abbildung 3.2.: Aufnahmen der Strahlform des Lasers mit einer CCD-Kamera: (a) ohne Prismen und (b) mit dem Prismenpaar im Strahlgang. Die Strahlform wird dabei von einer elliptischen Form in einen runden Querschnitt gestaucht.

Der Strahlradius wurde dabei mit einer CCD-Kamera und dem Programm „Beam Master“ kontrolliert und beträgt nach dem Prismenpaar 1,6 mm. Durch das Prismenpaar kommt es aber zu Verlusten durch Reflexionen an den Oberflächen. Daher beträgt die Laserleistung nach dem Prismenpaar noch 14,2 mW. In den Bildern 3.2a und 3.2b sind in der horizontalen Achse Helligkeitsschwankungen zu sehen. Eine Fehlfunktion der Kamera kann aber ausgeschlossen werden. Daher wurde der Hersteller kontaktiert,

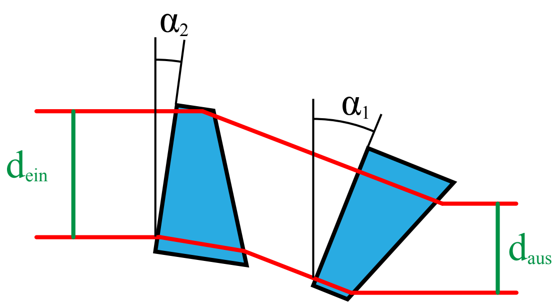


Abbildung 3.3.: Anordnung des Prismenpaares zur Verkleinerung des Strahldurchmessers entlang einer Achse (nach [23]).

nach dessen Antwort solche Schwankungen nichts ungewöhnliches sind und nicht auf eine Fehlfunktion des Lasers hin deuten.
Beim ersten polarisierenden Strahlteiler (PBS, engl. polarising beam splitter) wird mit Hilfe des $\lambda/2$-Plättchens ein Teil abgezweigt um die Wellenlänge grob mit einem Wellenlängenmessgerät zu bestimmen. Der nächste Strahlteiler teilt 6,5 mW des Laserlichts zu den Resonatoren und 6,3 mW (in Abb. 3.1 nach unten) zum Experiment auf.

3.2. Charakterisierung des hochstabilen Resonators

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dem hochstabilen Resonator, auf den der Laser frequenzstabilisiert wird. Zuerst wird im Kapitel 3.2.1 der Resonator näher beschrieben, um in Kapitel 3.2.2 auf den nötigen optischen Aufbau einzugehen. In den darauf folgenden Kapiteln wird die Modenanpassung beschrieben und der Resonator charakterisiert, indem das Spektrum, die Finesse und die Photonenlebensdauer bestimmt werden.

3.2.1. Spezifizierung des hochstabilen Resonators

Der hochstabile Resonator besteht aus einem planen und einem sphärischen Spiegel, welche auf speziellen Glashaltern in einem Abstand[2] von $d = 100{,}08\,\mathrm{mm}$ montiert sind. Da im Inneren Vakuum herrscht ergibt sich für die $\mathrm{TEM}_{0,0}$-Mode mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c eine freie Spektrallänge von

$$\nu_{\mathrm{FSR}} = \frac{c}{2d} = 1498\,\mathrm{MHz}\,. \tag{3.1}$$

[2] Angabe des Herstellers

Die Glashalter werden auf einer konstanten Temperatur von 33 °C gehalten, da es dort einen minimalen Ausdehnungskoeffizienten besitzt. Für die Transmittivität der verwendeten Spiegel gibt der Hersteller „Stable Laser Systems“ einen theoretischen Wert von $T = 0{,}016627\,\%$ bei einer Wellenlänge von 684,16 nm an. Die Reflektivität der Spiegel ist somit $R = 100\,\% - T = 99{,}98373\,\%$, woraus sich eine Finesse von

$$\mathscr{F} = \frac{\pi R^{1/2}}{1-R} = \frac{\pi\sqrt{0{,}9998373}}{1-0{,}9998373} = 19308 \tag{3.2}$$

ergibt. Die Resonanzen des Resonators besitzen daher eine theoretische Linienbreite von

$$\Delta_{1/2} = \frac{\nu_{\mathrm{FSR}}}{\mathscr{F}} = \frac{1498\,\mathrm{MHz}}{19308} = 78\,\mathrm{kHz} \tag{3.3}$$

und entsprechend eine Photonenlebensdauer von

$$\tau_p = \frac{1}{2\pi\Delta_{1/2}} = 2{,}05\,\mu\mathrm{s} \tag{3.4}$$

im Resonator. Diese Werte werden im Folgenden experimentell überprüft.

3.2.2. Optischer Aufbau zum hochstabilen Resonator

Der Resonatorzweig enthält einen elektro-optischen Modulator (EOM, siehe Anhang B). Dieser ist ein Festfrequenz EOM, welcher bei 25 MHz betrieben wird, um die Seitenbänder für das Pounnd-Drever-Hall-Verfahren (PDH) (siehe Kapitel 2.3.1) auf das Laserlicht zu modulieren. Der Laserstrahl wird mithilfe einer 40 mm Linse auf den EOM-Kristall fokusiert und danach mit einer baugleichen Linse wieder kollimiert. Dabei kommt es zu einem Abfall der Lichtleistung von 6,5 mW auf 4,6 mW. Durch ein $\lambda/2$-Plättchen und einen PBS wird der Strahl für den hochstabilen Resonator (2,06 mW gemessen vor dem Einkoppler zur Faser) und den Transferresonator (2,2 mW) aufgeteilt.

In Abbildung 3.4 ist der Aufbau für die Einkopplung in den hochstabilen Resonator und für die Erzeugung des Fehlersignals zu sehen. Aus der Faser kommt Licht mit einer Leistung von 1,25 mW, was trotz der schlechten Lasermode (siehe Abbildung 3.2) einer Effizienz von 60,7 % entspricht. Der 50:50 Strahlteiler (BS) zweigt einen Teil des Lichtes auf eine selbst gebaute Fotodiode ab, mit der die Intensität nach dem Auskoppeln der Faser gemessen wird und damit auch die Laserleistung vor dem Resonator. Wird mit dieser eine Spannung von 690 mV gemessen, entspricht dies einer Laserleistung am Eingang des Resonators von 500 μW. Der andere Teil des Lichtes wird mit Hilfe eines $\lambda/2$-Plättchens und einem PBS in den hochstabilen Resonator eingekoppelt. Dies ist nötig, da ein zweiter Laser mit einer Wellenlänge von 626 nm von der gleichen Seite in den hochstabilen Resonator eingekoppelt wird. Die 300 mm-Linse vor dem Resonator dient dazu, die Mode des Lichtes anzupassen. Das reflektierte Signal wird am 50:50 Strahlteiler so aufgeteilt, dass ein Teil auf die andere Fotodiode[3] fällt. Dazu wird der

[3]Thorlabs PDA10A

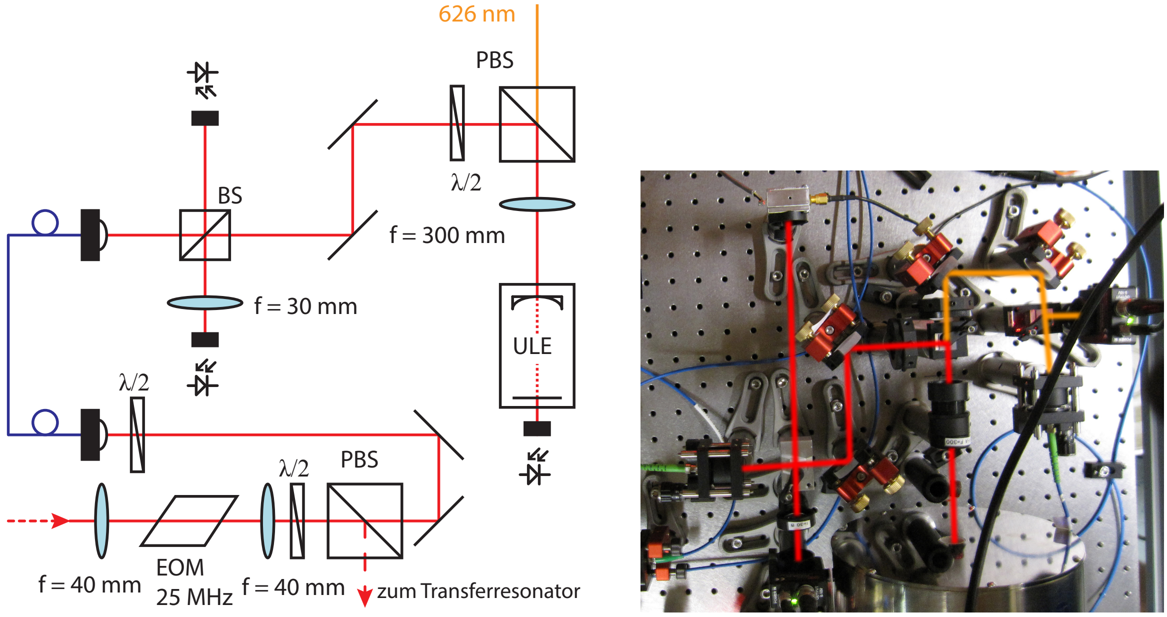


Abbildung 3.4.: Aufbau zur Stabilisierung des Lasers auf den hochstabilen Resonator.

Strahl mit einer 30 mm Linse auf den Chip fokussiert. Dieses Signal wird in einem kommerziellen PDH-Modul[4] weiter verarbeitet.

3.2.3. Modenanpassung

Bei einem plan-konfokalen Resonator liegt der minimale Strahlradius an der Position des planen Spiegels. Durch den sphärischen Spiegel wird das Licht in den Resonator eingekoppelt, wobei beachtet werden muss, dass dieser einen fokusierenden Effekt besitzt. Durch den 626 nm-Laser ist die 300 mm Linse vor dem Eingang des Resonators vorgegeben. Mit einem Mathematica Programm[5] wurde für verschiedene Brennweiten der Auskoppellinse der Strahlgang berechnet. Damit die Kopplung aus der Faser effektiv ist, muss der Durchmesser des fokussierten Strahls kleiner als der Modenfelddurchmesser von 4,5 μm sein, was bei einer Linse mit einer Brennweite von 4,0 mm gegeben ist.

[4]Toptica PDD 110
[5]626_ULE.nb

3.2.4. Spektrum und Linienbreite

In den Resonator sollte nur die $TEM_{0,0}$-Mode eingekoppelt sein. Über Messungen des Transmissionsspektrums kann dies überprüft werden, da die theoretische freie Spektrallänge für diese Mode (siehe Kapitel 3.2.1) bekannt ist.
Das Spektrum wird in Transmission mit einer Fotodiode[6] aufgenommen, indem die Laserfrequenz kontinuierlich verändert wird. Somit sind in Transmission die Resonanzspitzen zu erkennen. Die Frequenzachse wird mithilfe von Seitenbändern des EOMs kalibriert, welche einen Frequenzabstand von 25 MHz zu den Hauptresonanzen besitzen.
In Abbildung 3.5 ist eine solche Messung mit zwei Hauptresonanzen und den entsprechenden Seitenbändern zu sehen. An jeden dieser Resonanzen mit der Resonanzfrequenz ν_q wird eine Lorentzfunktion

$$I_q(\nu) = A_q \frac{\left(\Delta_{1/2}\right)^2}{\left(\Delta_{1/2}\right)^2 + 4(\nu - \nu_q)^2} \tag{3.5}$$

mit der Amplitude A_q und der Halbwertsbreite $\Delta_{1/2}$ angepasst. Aus dem Abstand der Hauptresonanzen ergibt sich eine freie Spektrallänge von $\nu_{\mathrm{FSR}} = 1482\,\mathrm{MHz} \pm 6\,\mathrm{MHz}$. Die Ergebnisse weiterer Messungen sind in Tabelle 3.1 aufgeführt und ergeben einen Mittelwert von $\bar{\nu}_{\mathrm{FSR}} = 1488\,\mathrm{MHz} \pm 4\,\mathrm{MHz}$. Die Abweichung des Mittelwertes vom theoretisch Berechneten beträgt 0,6 %, wodurch sich bestätigt, dass nur die $TEM_{0,0}$-Mode angeregt wird.
Um die Linienbreite der Resonanzen zu bestimmen, werden nur eine Hauptresonanz und deren Seitenbänder betrachtet. Dadurch erhält man wie in Abbildung 3.6 eine höhere Auflösung der einzelnen Resonanz. Aus drei Messungen ergibt sich ein Mittelwert für die Linienbreite von

$$\bar{\Delta}_{1/2} = \frac{197\,\mathrm{kHz} + 169\,\mathrm{kHz} + 212\,\mathrm{kHz}}{3} = 193\,\mathrm{kHz} \pm 3\,\mathrm{kHz}\,. \tag{3.6}$$

Tabelle 3.1.: Aus den Fits berechnete freie Spektrallängen des hochstabilen Resonators.

	1. Messung	2. Messung	3.Messung	4. Messung	*Mittelwert*
ν_{FSR} [MHz]	1482 ± 6	1491 ± 6	1479 ± 6	1499 ± 7	1488 ± 4

[6] Thorlabs PDA10A

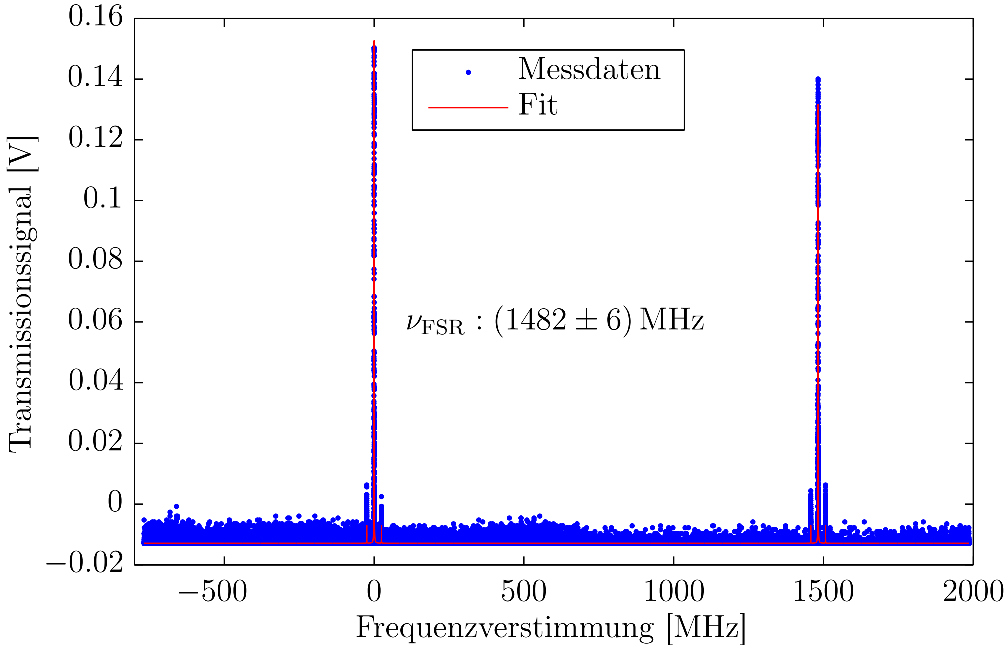


Abbildung 3.5.: Das Spektrum des hochstabilen Resonators mit zwei $TEM_{0,0}$-Resonanzen. Die Frequenzskala wurde über den Abstand von 25 MHz der aufmodulierten Seitenbändern zur $TEM_{0,0}$-Mode geeicht. An die Messdaten wurden dazu Lorentzkurven angepasst.

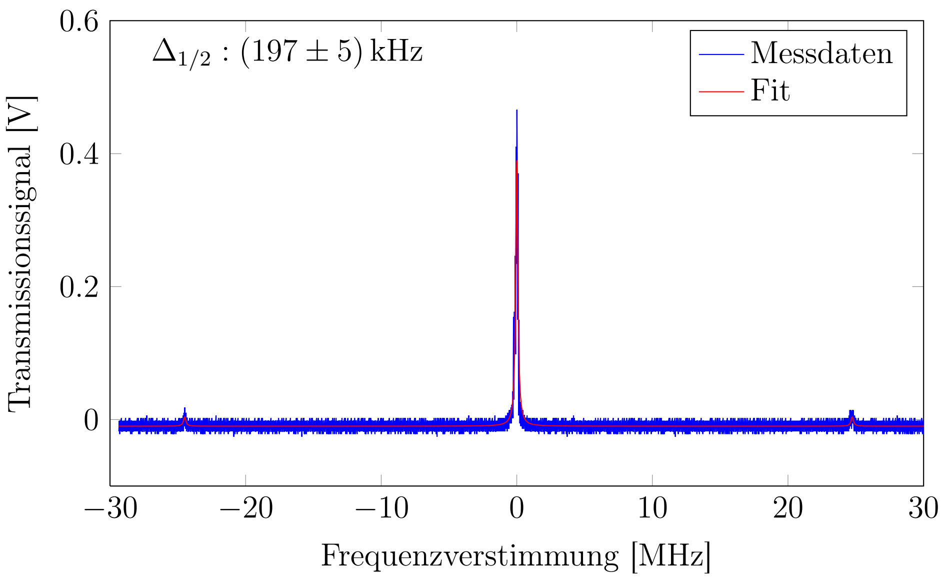


Abbildung 3.6.: Messung einer Hauptresonanz und dessen Seitenbändern. An diese sind Lorentzkurven angepasst um die Breite bei halber Amplitude zu bestimmen.

Nach Gleichung 2.13 erhält man aus der Linienbreite und der freien Spektrallänge eine Finesse des Resonators von

$$\mathscr{F} = \frac{\nu_{\mathrm{FSR}}}{\Delta_{1/2}} = \frac{1488\,\mathrm{MHz}}{193\,\mathrm{kHz}} = 7710\,. \tag{3.7}$$

Die berechnete Finesse weicht um 60 % von dem theoretischen Wert ab. Dies ist auf die hier gemessene Linienbreite zurückzuführen, die knapp zweieinhalb mal so groß ist wie die in Kapitel 3.2.1 berechnete Breite von $\Delta_{1/2} = 78\,\mathrm{kHz}$. Dies hat die Ursache in der Linienbreite des freilaufenden Lasers, die vom Hersteller auf kleiner als 100 kHz in 5 μs angegeben wird [24]. Allerdings ist der Laser länger als 5 μ s auf der Resonazfrequenz und hat dadurch eine größere Linienbreite. Dies führt zu einer Verbreiterung des Resonanzspitzen und einer Abweichung von der Lorentzform. In Abbildung 3.7 ist ein extremes Beispiel zu sehen, bei dem die Frequenz des Lasers langsam verändert wird und das Transmissionssignal breiter als die eigentliche Linienbreite des Resonators wird. Durch einen schnelleren Scan des Lasers kann der Einfluss dieses Fehlers verringert werden, da der Laser dadurch weniger in der Frequenz schwankt. Nach oben hin ist die Scangeschwindigkeit jedoch begrenzt, da es im Resonator eine bestimmte Zeit dauert bis sich eine stehende Welle bildet. Die Größe dieser Zeit ist durch die Photonenlebensdauer gegeben. Misst man jedoch diese Photonenlebensdauer, kann daraus (siehe Gleichung 2.18) die Linienbreite des Resonators berechnet werden, ohne dass die Linienbreite des frei laufenden Lasers eine Rolle spielt. Daher wird im folgenden Kapitel diese Messmethode näher erläutert und die Resonanzbreite berechnet.

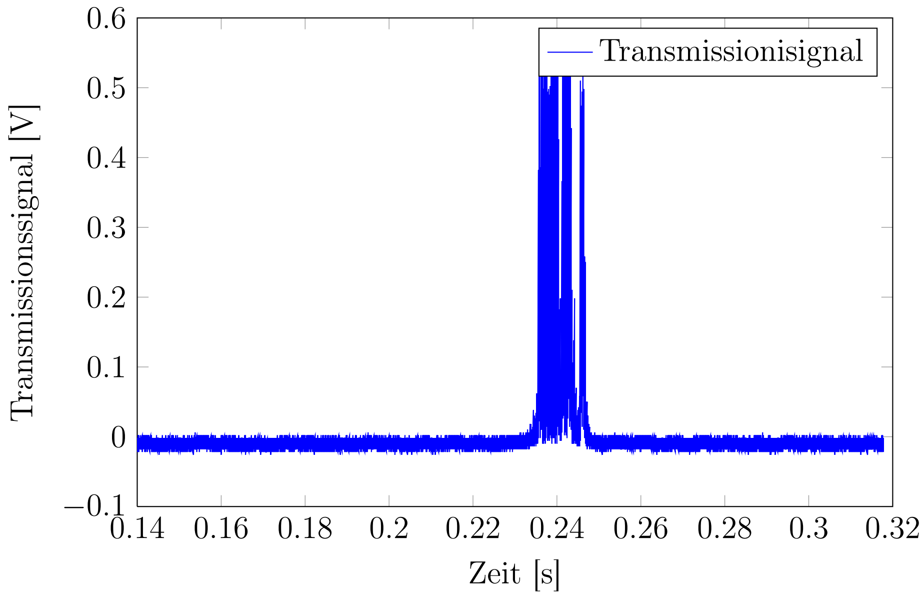


Abbildung 3.7.: Detailmessung einer einzelnen Transmissionsresonanz. Die Laserfrequenz steigt mit der Zeit an. Man erkennt, dass das Transmissionssignal nicht mehr einer Lorentzfunktion entspricht und deutlich verbreitert ist.

3.2.5. Photonenlebensdauer

Es bedarf einer resonatorspezifischen Zeit, dass sich eine stehende Welle ausbilden kann. Diese ist wie in den Kapitel 3.2.4 beschrieben, die Photonenlebensdauer. Sie ist von der Finesse des Resonator abhängig und bietet daher eine alternative Methode, diese zu bestimmen. Zusätzlich kann damit auch die Linienbreite der Resonanzen bestimmt werden und zwar unabhängig von der Linienbreite des unstabilisierten Lasers. Wird der auf die Resonanz gehaltene Laser schnell abgeschaltet, fällt die Intensität exponentiell ab, da die Photonen diesen durch die Spiegel verlassen. Die Geschwindigkeit des Intensitätsabfalls hängt dabei von der Photonenlebensdauer im Resonator ab. Um die Lebensdauer der Photonen in dem hochstabilen Resonator zu messen wird ein akusto-optischer Modulator (AOM) wie in Abbildung 3.8 in den Resonator-Zweig eingebaut. Die Irisblende filtert alle Beugungsordnungen bis auf die $+1$. Ordnung heraus. Somit steht ein sehr schneller „Lichtschalter“ zur Verfügung.
Der Wirkungsgrad beträgt in diesem Aufbau 60 %. Die theoretische Beugungseffizienz [7] liegt bei 69 %. Der Grund für die Abweichung des Wirkungsgrades sind die Verluste am PBS und den restlichen optischen Bauelementen. Im endgültigen Aufbau (Abb. C.1) ist dieser nicht mehr enthalten, da ein zweiter AOM im Experimentalzweig die Frequenz weit genug verschieben kann. Außerdem können so Beugungsverluste vermieden werden und es steht eine höhere Laserleistung zur Verfügung.
Für die Messung wird der Laser auf den hochstabilen Resonator stabilisiert, um ein konstantes Transmissionssignal zu erhalten. In Abbildung 3.9 ist eine solche Messung zu sehen. An die Daten wurde eine Fitfunktion der Form $A \cdot \exp[-(t-t_0)/\tau_p] + k$ angepasst. Die Photonenlebensdauer ist durch τ_p und der Normierungsfaktor durch A gegeben. Eine Verschiebung des Zeitnullpunkts wird durch t_0 und ein Spannungsoffset

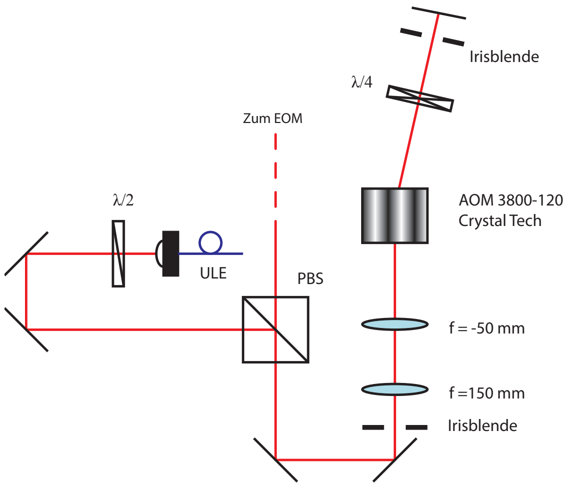


Abbildung 3.8.: Zur Messung der Photonenlebensdauer muss der Aufbau modifiziert werden, indem ein AOM in den Lichtweg zum hochstabilen Resonator eingebaut wird. Dieser dient als schneller Schalter.

durch k ausgedrückt. Aus der Messung in Abbildung 3.9 ergibt sich die Photonlebenszeit von $\tau_p = 1{,}47\,\mu\mathrm{s} \pm 0{,}01\,\mu\mathrm{s}$ bei einer Laserleistung von $500\,\mu\mathrm{W}$ vor dem Resonator. Zu Beginn des Intensitätsabfalls ist ein kleiner Bereich zu erkennen, bei dem die Intensität nicht exponentiell abfällt sondern etwas langsamer abnimmt. Die Ursache ist die endliche Abschaltzeit des AOMs, was sich durch direkte Messung der Abschaltdauer, wie in Abbildung 3.10 zu sehen ist, bestätigen lässt. Die Zeitdauer bei der das Signal von 90% (grün in Abb. 3.10) des Signalmaximums auf 10% (rot in Abb. 3.10) abfällt definiert die Ausschaltzeit des AOMs. Als Mittelwert von drei Messungen ergibt sich damit ein Wert von $\tau_{\mathrm{aus}} = 75\,\mathrm{ns}$. Die Ausschaltzeit ist somit viel geringer als die Photonenlebensdauer und hat kaum Einfluss auf die Lebensdauermessung.
Bei einem Resonator mit großer Finesse kann es im Inneren zu hohen Intensitäten kommen und damit zu einer punktuellen Erwärmung der Spiegel. Dieses führt zu einer Vergrößerung der Linienbreite und einer Verringerung der Photonenlebensdauer. In Abbildung 3.11 ist eine Messreihe der Photonenlebensdauer über verschiedene Laserintensitäten abgebildet. Pro Leistungswert gibt es drei Messungen der Lebensdauer, aus der mit Hilfe der Formel 2.18 die Linienbreite berechnet wird. In dem gemessenen Leistungsspektrum kann keine große Abhängigkeit der Photonenlebensdauer von der Laserleistung festgestellt werden. Die Verkürzung der Lebensdauer bei $100\,\mu\mathrm{W}$ ist auf das bei dieser geringen Leistung schwache Signal der Photodiode zurückzuführen, was starke Schwankungen bei der Messung hervor ruft.
Da es keine Abhängigkeit der Lebensdauer von der eingestrahlten Laserleistung gibt, kann man den Mittelwert der Photonenlebensdauer (Werte bei $100\,\mu\mathrm{W}$ nicht berücksichtigt) und der daraus resultierenden Linienbreite angeben:

- $\bar{\tau}_p = 1{,}43\,\mu\mathrm{s} \pm 0{,}04\,\mu\mathrm{s}$
- $\bar{\Delta}_{1/2} = 111\,\mathrm{kHz} \pm 3\,\mathrm{kHz}$

Die in diesem Kapitel berechnete Linienbreite wird in den folgenden Rechnungen verwendet, da hier die Schwankungen der Laserfrequenz im Verlgeich zu der Methode mit Transmissionsspektrum in 3.2.4 einen kleineren Einfluss haben. Im Endaufbau wird der Laser mit einer Leistung von $500\,\mu\mathrm{W}$ eingekoppelt, da dies eine schmale Linienbreite und ein gutes Fehlersignal sicherstellt.
Die zweite Möglichkeit der Finessebestimmung ergibt sich durch Gleichung 2.13 mit Hilfe der in Kapitel 3.2.4 bestimmten freie Spektrallänge und der Linienbreite des Signals. Man erhält aus der oben bestimmten Linienbreite und der freien Spektrallänge eine Finesse von

$$\mathscr{F} = \frac{\nu_{\mathrm{FSR}}}{\Delta_{1/2}} = \frac{1488\,\mathrm{MHz}}{111\,\mathrm{kHz}} = 13527 \pm 615\,. \tag{3.8}$$

Die Abweichung zu dem aus den Herstellerangaben berechneten Wert beträgt 30 %. Ein möglicher Grund ist, dass die Transmittivität vom Hersteller nicht gemessen, sondern berechnet worden ist, wodurch die angenommene Reflektivität der Spiegel fehlerhaft sein kann.

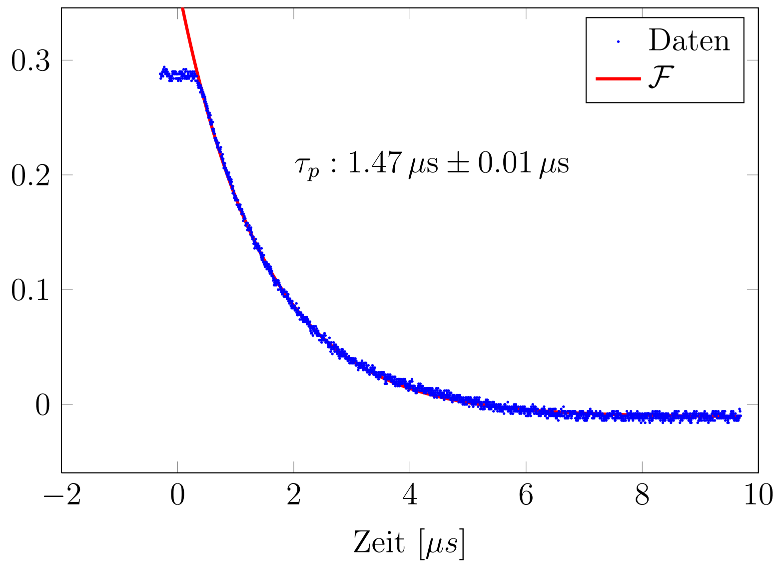


Abbildung 3.9.: Messungen des Transmissionssignals, nachdem der Laser abgeschaltet wird. Es wurde eine Exponentialfunktion (rote Linie) an die Daten angepasst, um die Photonenlebensdauer τ_p zu bestimmen. Die Laserleistung am Eingang des Resonators beträgt 500 μW.

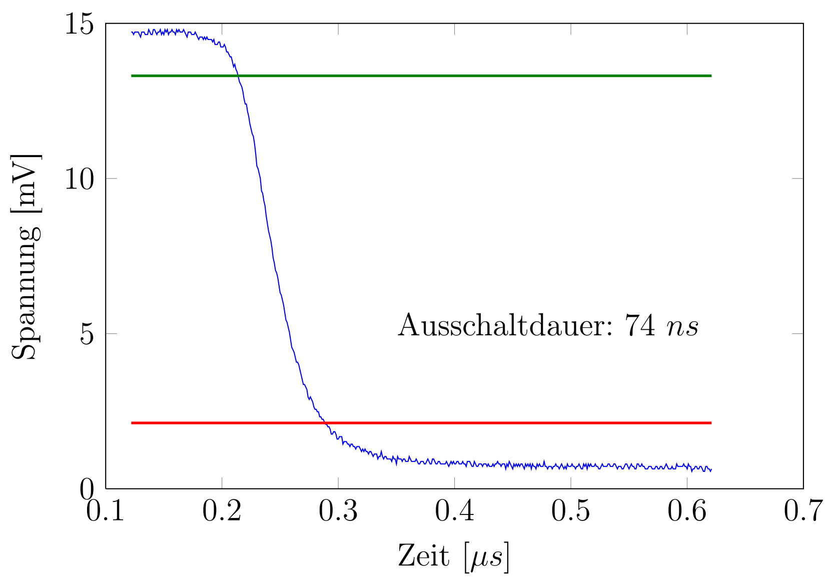


Abbildung 3.10.: Die Intensität in erster Ordnung eines AOM nachdem er ausgeschaltet wird. Die Zeit, welche der AOM benötigt, um die Intensität von 90% (im Bild grüne Linie) des Maximalwertes auf 10% (als rote Linie gekennzeichnet) abzusenken, wird als Ausschaltdauer bezeichnet.

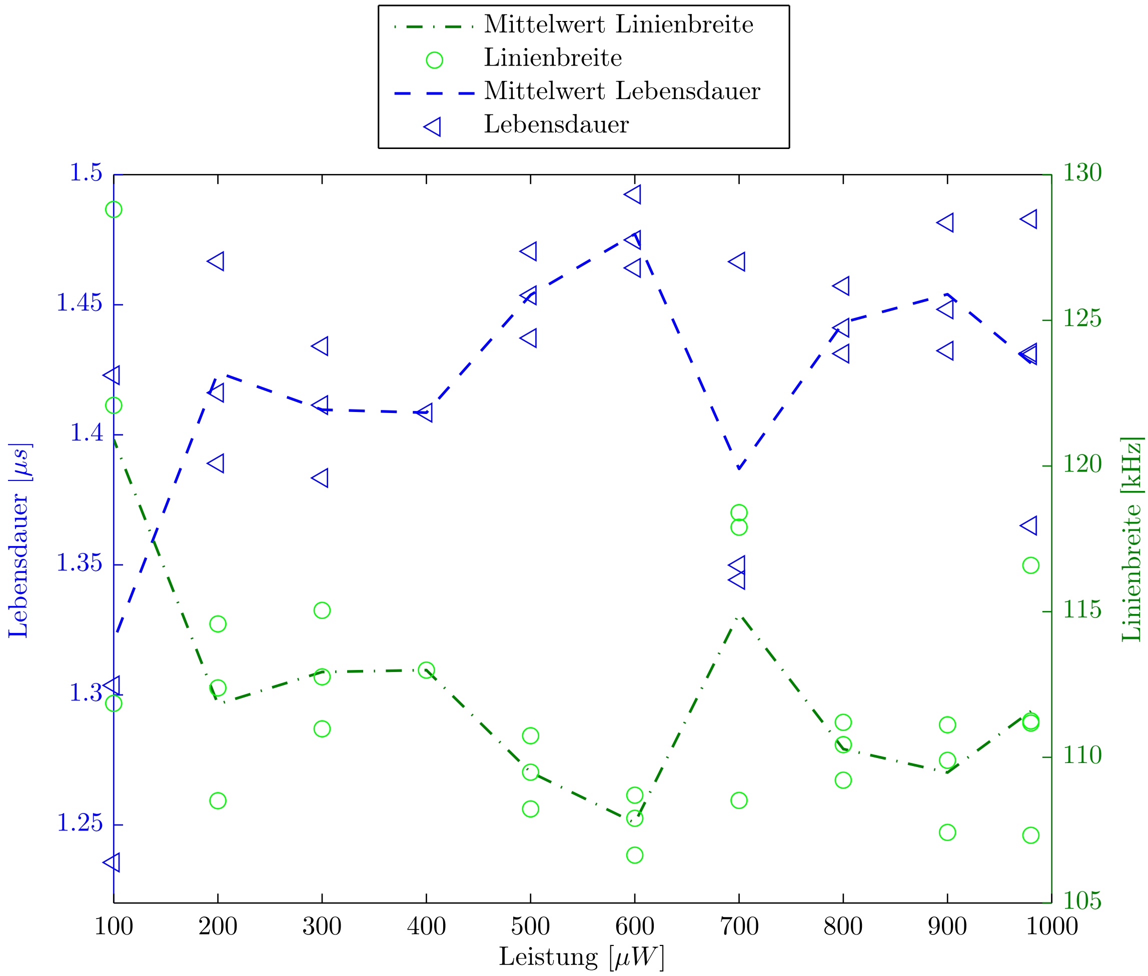


Abbildung 3.11.: Die Lebensdauer der Photonen bei unterschiedlichen Laserleistungen. Dabei wurde bei jedem Leistungswert drei Messungen durchgeführt. Die Mittelwerte sind durch die gestrichelten Linie verbunden, um den Verlauf besser zu verdeutlichen. Die Linienbreite wurde aus der Lebensdauer mit Gleichung 2.18 berechnet.

3.3. Frequenzstabilisierung des Lasersystems

Der verwendete Laser ist ein verstimmbarer Diodenlaser, bei dem die Wellenlänge über drei verschiedene Arten eingestellt werden kann. Da die Laserdiode je nach Temperatur Licht verschiedener Wellenlängen emittiert, besitzt der Laser eine Temperaturregelung. Diese ist aber sehr träge und so wird die Temperatur während des Versuchs konstant gehalten. Die zweite Möglichkeit ist ein Steuereingang für einen Piezokristall. Auf diesem ist ein Gitter montiert, welches je nach Position eine andere Wellenlänge des Lichtes zurück in die Laserdiode streut und diese dadurch verstärkt [13, Kapitel 9.5.1]. Das Licht kann damit in einem größeren Frequenzbereich durchgestimmt werden. Die maximale Ansteuerfrequenz hängt dabei von der Eigenfrequenz des Piezo-Gittersystems ab und liegt in diesem Fall im kHz-Bereich. Als dritte Möglichkeit wird der Diodenstrom verwendet, um Einfluss auf die Wellenlänge zu nehmen. Die Variation dieses Stroms kann sehr schnell geschehen (einige MHz), allerdings ist der Wellenlängenbereich stärker als beim Piezo begrenzt. Für die Stabilisierung des Laser wird daher in diesem Aufbau der Diodenstrom und die Piezospannung mit einem PID-Regler gesteuert.
Mit einem Pound-Drever-Hall-Modul PDD110 von Toptica wird das Fehlersignal erzeugt. Dieses Modul beinhaltet den in Abbildung 2.10 dargestellten Frequenzgenerator, Phasenschieber, Mischer und Tiefpass. Bei einer eingestellten Frequenz von 25 MHz und einer korrekten Phase der Signale am Mischer wird das in Abbildung 3.12 dargestellte Fehlersignal erzeugt. Da der Laser auf die Flanke stabilisiert wird, ist es von

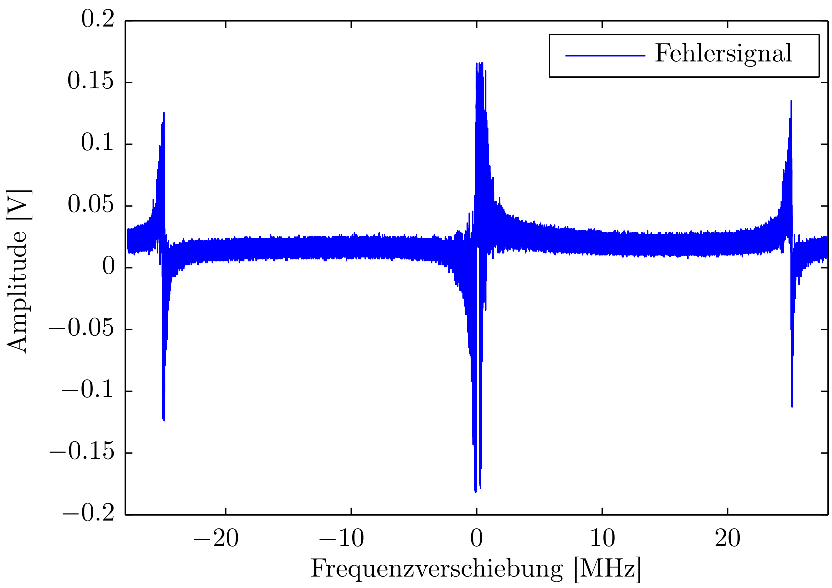


Abbildung 3.12.: Fehlersignal zur Stabilisierung des Lasers. Die Signalflanke ist aufgrund der sehr schmalen Resonanzfrequenz des Resonators und der Linienbreite des freilaufenden Lasers verrauscht.

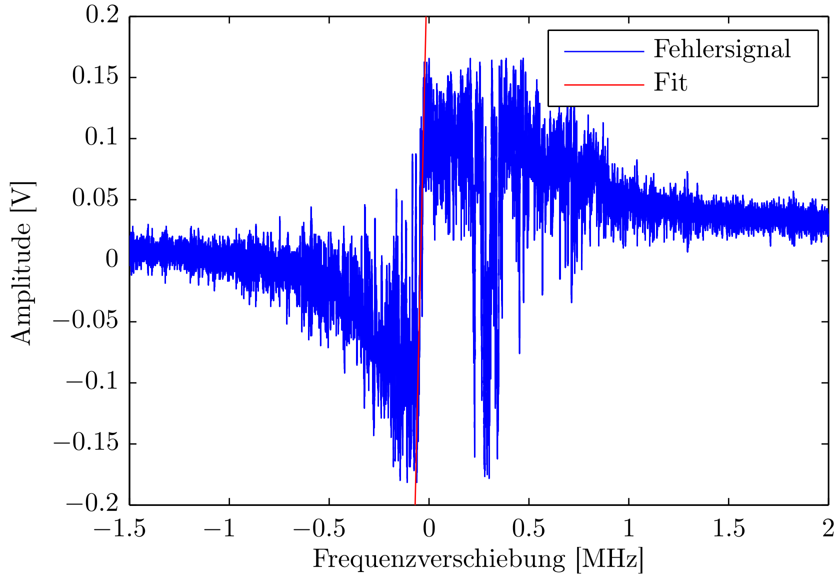


Abbildung 3.13.: Die Flanke des Fehlersignals in Abb. 3.12 ist hier detailierter dargestellt. Die Flanke ist aufgrund der Breite des freilaufenden Lasers und der schmalen Resonanz des Resonators stark verrauscht, jedoch kann die Steilheit durch einen Fit mit einer Steigung von $(7{,}3 \pm 0{,}3)\,{}^{\mathrm{MHz}}/_{\mathrm{V}}$ abgeschätzt werden.

Interesse zu wissen, wie stark sich die Frequenz des Lasers an der Flanke ändert. Daher ist in Abbildung 3.13 die Flanke des Signals aus Abb. 3.12 genauer dargestellt. Man erkennt, dass das Fehlersignal bei der Resonanzfrequenz verrauscht ist, d.h. die Flanke ist nicht eindeutig, sondern das Signal wechselt zwischen den extremen Werten hin und her. Die Ursache hierfür liegt in der großen Linienbreite des Lasers im Vergleich zur Resonanzbreite des hochstabilen Resonators. Zur Abschätzung der Steilheit wurde eine Gerade an die Daten angepasst, welche eine Steigung von $(7{,}3 \pm 0{,}3)\,{}^{\mathrm{MHz}}/_{\mathrm{V}}$ besitzt. Trotz der verrauschten Flanke ist die Stabilisierung mit einem FALC-Modul[7] möglich. Wichtig sind dabei alle drei Teile des PID-Reglers. Vorallem ein extrem langsamer Integrationsteil und der Differentationsteil des Reglers führten zu einer stabilen Regelung über mehrere Stunden. Der Proportionalteil ist dafür verantworlich, dass der Regler den Laser überhaupt auf die Flanke stabilisieren kann.
Ein Vergleich zwischen dem Transmissionssignal des freilaufenden Lasers und des stabilisierten Lasers ist in Abbildung 3.14 zu sehen. Das Transmissionssignal des stabilisierten Lasers ist 0,41 V groß und schwankt dabei um ca. ±0,02 V. Zusätzlich sind in diesem Bild eine Lorentzkurve mit einer Amplitude von 0,435 V und einer Halbwertsbreite von 111 kHz und die untere Grenze des Transmissionissignals für den stabilisier-

[7] FALC 110 von Toptica, siehe `http://www.toptica.com/products/diode_lasers/research_grade_diode_lasers/control_electronics/falc_110_fast_analog_linewidth_control_module.html`

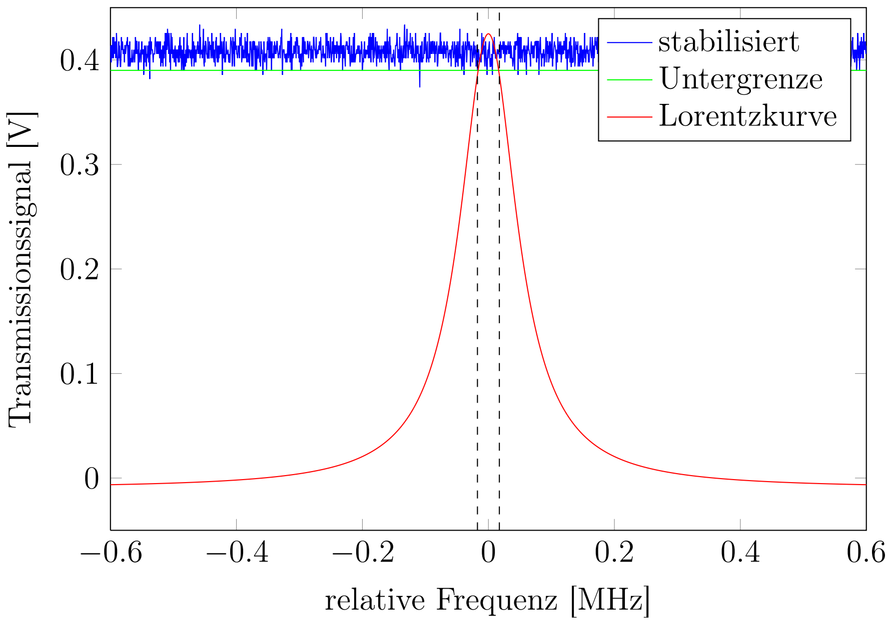


Abbildung 3.14.: In der Abbildung ist eine Lorentzkurve mit einer Halbwertsbreite von 111 kHz und das Transmissionssignal eines stabilisierten Lasers aufgetragen. Das Signal des stabilisierten Lasers ist aufgrund der Übersichtlichkeit über die gesamte Breite aufgetragen, gilt aber nur für die Resonanzfrequenz. Aus den Schnittpunkten der Lorentzkurve und der unteren Grenze des stabilisierten Transmissionssignals ergibt sich eine Obergrenze der Breite des stabilisierten Lasers von 35 kHz.

ten Laser bei 0,39 V eingezeichnet. Auf Höhe der unteren Grenze ist die Lorentzkurve noch 35 kHz breit, was der Obergrenze der Frequenzschwankungen des stabilisierten Lasers entspricht.

3.4. Charakterisierung des Transferresonators

Der Transferresonator wird für die Stabilisierung eines Laser mit 741 nm Wellenlänge benutzt (siehe [4]). Um diesen Resonator gegen Langzeitdrifts, zum Beispiel durch Temperaturschwankungen zu stabilisieren, wird der 684 nm Laser verwendet, da dieser aufgrund des hochstabilen Resonators eine genaue Referenz liefert. Dazu wird mit Hilfe des PDH-Verfahrens ein Fehlersignal erzeugt und über einen PI-Regler ein Piezo angesteuert, der die Spiegelposition eines Spiegels im Resonator verändert. Die Länge $d = 1\,\mathrm{m}$ des Resonators und die Krümmungsradien $r = -1000\,\mathrm{mm}$ wurden aus der Bachelorarbeit von Micha Schilling [17] entnommen. In den folgenden Kapiteln wird auf die Modenanpassung eingegangen und der Resonator charakterisiert.

3.4.1. Optischer Aufbau zum Transferresonator

Mit dem selben EOM wie in Kapitel 3.2.2 werden auf das Licht Seitenbänder aufmoduliert und über eine Glasfaser zum Transferresonator gebracht. In diesen werden, wie auch in den hochstabilen Resonator zwei verschiedene Laser eingekoppelt. Allerdings ist der 741 nm Laser auf der gegenüberliegenden Seite des Resonators aufgebaut. Daher wird ein etwas anderer Aufbau (siehe Abb. 3.15) als für den hochstabielen Resonator verwendet. Nach dem Auskoppler stehen 1.3 mW Laserleistung zur Verfügung, wobei dies einer Einkoppeleffizienz von 59 % entspricht. Durch das Teleskop wird der Strahldurchmesser vergrößert, um mit der 1000 mm Linse eine Modenanpassung für den Resoantor zu erreichen. Das $\lambda/2$-Plättchen dreht die Polarisation des Lichtes, so dass möglichst viel durch den PBS transmittiert wird. Das restliche reflektierte Licht wird verwendet, um die Intensität des aus der Faser kommenden Lichtes mit einer selbst gebauten Fotodiode zu überprüfen und gegebenenfalls die Einkopplung in die Faser am Hauptaufbau nachstellen zu können. Das eingebaute $\lambda/4$-Plättchen dient wie beim AOM dazu, die Polarisation des Lichtes nach zweimaliger Transmission um 90° zu drehen und das zurück reflektierte Licht am PBS auf die in Abbildung 3.15 unteren Fotodiode[8] zu lenken. Dieses Signal der Fotodiode wird dazu verwendet um mit einem selbstgebauten Mixer das PDH-Fehlersignal zu erzeugen. Der Tiefpassfilter dient dazu, das Transmissionsignal des 741 nm-Lasers abzublocken, damit keine Störsignale auf der Fotodiode für das Fehlersignal gelangen. Die Leistung des Lasers am Eingang des Transferresonators beträgt 1,0 mW. Auf der gegenüberliegenden Seite wird das Transmissionssignal des 684 nm-Lasers an einem Hochpassfilter mit einer Grenzwellenlänge von 700 nm auf eine selbst gebaute Fotodiode reflektiert, damit auch das Transmissionssignal beobachtet werden und die Modenanpassung durchgeführt werden kann.

3.4.2. Modenanpassung

Der Gaußstrahl muss so angepasst werden, dass im Zentrum des Resonators der minimale Strahlradius liegt, da dann die Krümmungsradien der Wellenfronten an beiden Spiegeln gleich groß sind. Dazu werden Linsen in den Strahlgang vor dem Resonator eingebaut. Zusätzlich kann die Brennweite der Linse am Auskoppler der Glasfaser verändert werden. Da der erste Spiegel gekrümmt ist und einen größeren Brechungsindex als Luft besitzt, wirkt er wie eine Linse und muss bei der Berechnung mit berücksichtigt werden. Die Ausdehnung der Mode ist durch den Resonator fest vorgegeben und daher wird ein Linsensystem zur Modenanpassung berechnet.

[8]Thorlabs PDA10A

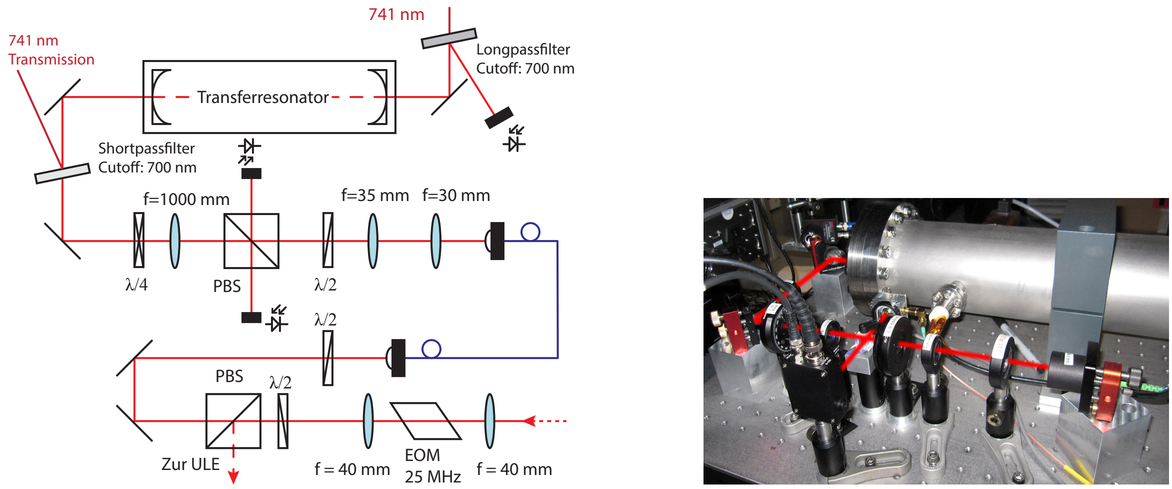


Abbildung 3.15.: Mit diesem Aufbau wird der Transferresonator gegen Änderungen der Resonatorlänge stabilisiert.

Für die Wellenlänge des Lasers von $\lambda = 684\,\mathrm{nm}$ und der Resonatorlänge $d = 1\,\mathrm{m}$ ist der Strahlradius in der Resonatormitte (siehe Gleichung 2.3)

$$W_0 = \left(\frac{\lambda z_0}{\pi}\right)^{1/2} = \left(\frac{684\,\mathrm{nm}\cdot 1\,\mathrm{m}}{2\pi}\right)^{1/2} = 329\,\mu\mathrm{m}\,. \tag{3.9}$$

Um den Einfluss des Einkoppelspiegels zu berechnen, muss der Brechungsindex n für die Laserwellenlänge λ bekannt sein. Dieser lässt sich mit der Sellmaier Gleichung [8]

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3}} \tag{3.10}$$

und den Herstellerangaben [8] für die materialspezifischen Größen B_i und C_i (siehe Tabelle 3.2) berechnen. Für eine Wellenlänge von 684 nm erhält man für den Brechnungsindex einen Wert von $n = 1{,}456$. Der plan-konkave Spiegel hat somit eine Brennweite [16] von

$$f = \frac{r}{n-1} = \frac{-1000\,\mathrm{mm}}{1{,}456 - 1} = -2193\,\mathrm{mm}\,. \tag{3.11}$$

bei einem Krümmungsradius $r = -1000\,\mathrm{mm}$. Zwischen Auskoppler und Resonator wird noch eine Korrekturlinse mit 1000 mm Brennweite gestellt, um durch Variation der Position den Strahlradius an dem Resonatoreingang einzustellen. Die genauen Berechnungen dazu finden sich im Anhang in Kaptiel D. Als optimale Brennweite der Linse für den Auskoppler ergibt sich aus den Rechnungen ein Wert von $f = 8\,\mathrm{mm}$ und damit einen Strahlradius nach dem Auskoppler von $W = 774\,\mathrm{nm}$. Zur Überprüfung wird der Strahlradius gemessen, wobei sich ein Radius von $W = 674\,\mu\mathrm{m}$ ergibt.
Dieser Wert weicht um 13% vom berechneten Wert ab, was zu einer großen Veränderung des Strahlminimums im Resonator in Bezug auf Position und Durchmesser

Tabelle 3.2.: Herstellerangaben [8] der materialspezifischen Größen für fused silica standard grade. Die Wellenlänge des Lichtes muss in der Einheit μm in die Sellmaier Gleichung eingesetzt werden.

Bezeichnung	Wert
B_1	0,684
$B2$	0,420
$B3$	0,585
$C1$	0,005
$C2$	0,013
$C3$	64,5

führt. Daher wird ein Teleskop in den Strahlgang benötigt, um dem der Strahlradius vor dem Resonator anzupassen. Als optimal erweist sich eine Kombination aus zwei Linsen mit Brennweiten $f_1 = 30\,\mathrm{mm}$ und $f_2 = 35\,\mathrm{mm}$ in einem Abstand $x_1 = 30\,\mathrm{mm}$ und $x_2 = 95\,\mathrm{mm}$ von der Auskoppellinse (siehe Abb. 3.15). Hinter dem Teleskop sollte ein Strahlradius von $W = 786\,\mu\mathrm{m}$ sein. Eine Überprüfung dieses Radius hinter dem Teleskop mit Hilfe der Rasierklingenmethode ergibt einen Wert von $W = 791\,\mu\mathrm{m}$. Die Abweichung von 0,6 % hat keinen großen Einfluss und kann durch eine kleine Positionsänderung der Korrekturlinse beim Aufbau kompensiert werden.

3.4.3. Spektrum

In diesem Kapitel wird das Spektrum des Resonators vermessen und damit überprüft, ob nur die $\mathrm{TEM}_{0,0}$-Mode eingekoppelt ist. Zusätzlich wird die Breite der Resonanz gemessen. Dazu wird die Laserfrequenz kontinuierlich verändert und gleichzeitig das Transmissionssignal des Transferresonators gemessen. Mithilfe eines EOMs werden auf das Licht Seitenbänder in einem Abstand von 25 MHz von der Hauptfrequenz aufmoduliert, damit der zeitliche Abstand der Resonanzspitzen in einen relativen Frequenzabstand umgerechnet werden kann.

Die theoretische freie Spektrallänge der $\mathrm{TEM}_{0,0}$-Mode im Resonator lässt sich mit Gleichung 2.9 berechnen. Mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c und der Resonatorlänge $d = 1\,\mathrm{m}$ erhält man $\nu_{\mathrm{FSR}} = \frac{c}{2d} = 149{,}9\,\mathrm{MHz}$.

Ein Spektrum über zwei Resonanzen und deren aufmodulierten Seitenbändern ist in Abbildung 3.16 zu sehen. Da die Resonanzen im Transmissionssignal näherungsweise eine Lorentzform besitzten (siehe Anhang A), wurden Lorentzkurven an die Daten angepasst und daraus der Abstand bestimmt. Zusammen mit zwei weiteren Messungen ergibt sich somit eine freie Spektrallänge von

$$\bar{\nu}_{\mathrm{FSR}} = 149{,}6\,\mathrm{MHz} \pm 0{,}4\,\mathrm{MHz}\ . \tag{3.12}$$

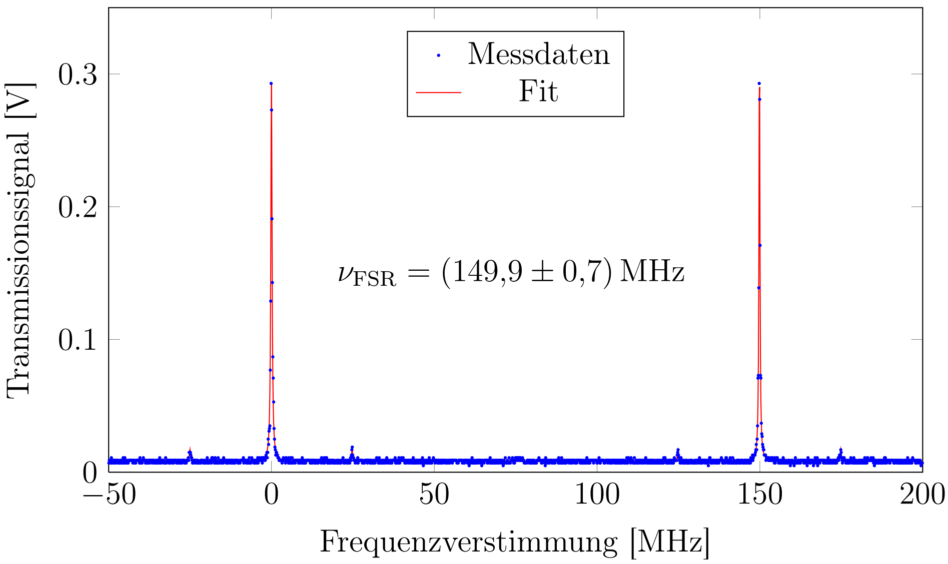


Abbildung 3.16.: Spektrum des Transferresonators mit angefitteten Lorentzkurven. Die Seitenbänder wurden mit einem EOM bei einer Frequenz von 25 MHz aufmoduliert.

Die Abweichung zum theoretisch berechneten Wert ist innerhalb der Fehlergrenzen und beträgt 0,2 %.
Für die Bestimmung der Finesse ist außerdem die Breite der Resonanzspitzen interessant. In Abbildung 3.17 ist eine Resonanzfrequenz mit den Seitenbändern zu sehen. Aus der Anpassung von Lorentzkurven an die Resonanzspitzen ergibt sich eine Linienbreite von $\Delta_{1/2} = 422\,\mathrm{kHz} \pm 5\,\mathrm{kHz}$. Der Mittelwert von insgesamt acht Messungen beträgt

$$\bar{\Delta}_{1/2} = 421\,\mathrm{kHz} \pm 4\,\mathrm{kHz}\,. \tag{3.13}$$

Aus diesem Wert ergibt sich zusammen mit der freien Spektrallänge eine Finesse von

$$\mathscr{F} = \frac{\nu_{\mathrm{FSR}}}{\Delta_{1/2}} = \frac{149{,}6\,\mathrm{MHz}}{421\,\mathrm{kHz}} = 355 \pm 4\,. \tag{3.14}$$

Für einen Vergleich kann eine Messung der Spiegelreflektivität des Herstellers verwendet werden. Dieser gibt für die Spiegel eine Reflektivität von 99,3 % bei einer Wellenlänge von 684 nm an, womit sich eine Finesse von

$$\mathscr{F} = \frac{\pi R^{1/2}}{1-R} = \frac{\pi\sqrt{0{,}993}}{1-0{,}993} = 447\,. \tag{3.15}$$

ergibt. Dieser Wert weicht dabei um 21 % vom gemessenen Wert ab. Grund ist auch hier die Breite des freilaufenden Lasers welche nicht ganz vernachlässigt werden kann.

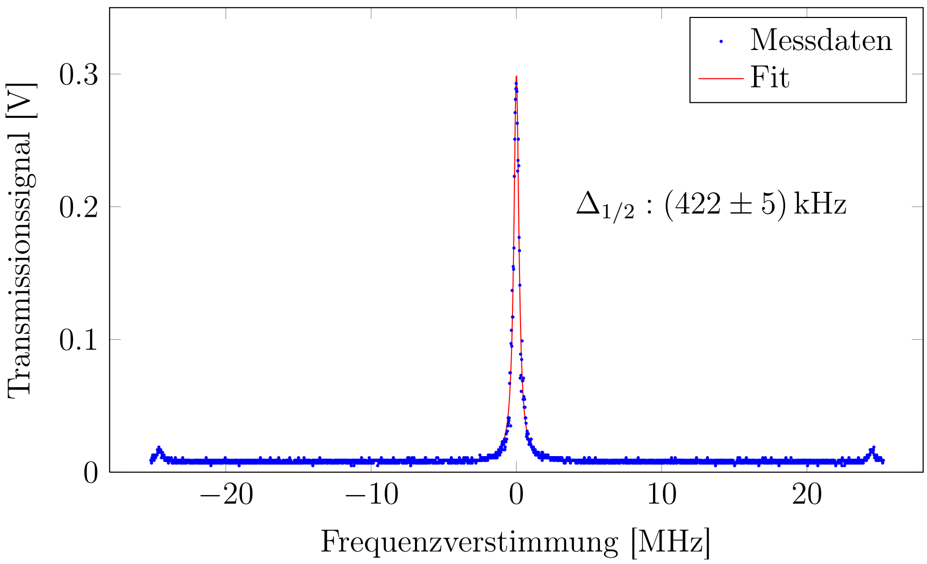


Abbildung 3.17.: Messung eines Resonanzspitzen und aufmodulierten Seitenbändern mit 25 MHz Abstand.

3.5. Längenstabilisierung des Transferresonators

Für die Längenstabilisierung des Transferresonators wird ein Fehlersignal benötigt. Dieses wird mit Hilfe des PDH-Verfahrens generiert (siehe Kapitel 2.3.1), wobei die dazu nötigen Seitenbänder durch einen EOM aufmoduliert werden. Dabei wird der selbe EOM wie für die Stabilisierung des Lasers auf den hochstabilen Resonator verwendet. Allerdings wird zur Generierung des Fehlersignals eine selbstgebaute PDH-Box verwendet. Ein Blockschaltbild ist in Abbildung 3.18 dargestellt und besteht aus einem Verstärker (ZFL-1000+, Mini Circuits), einem Phasenschieber (JSPHS, Mini Circuits), einem Mixer (ZFM-3S+, Mini Circuits) und einem Low Pass Filter (SLP 2.5, Mini Circuits). Die benötigte Frequenz zum Mischen von 25 MHz wird aus dem PDD-110 abgezweigt.
Das damit erzeugte Fehlersignal ist in Abbildung 3.19 dargestellt und zeigt eine deutliche Flanke mit einer Steilheit von 4,454 V/MHz. Mit Hilfe einen PI-Reglers und einem

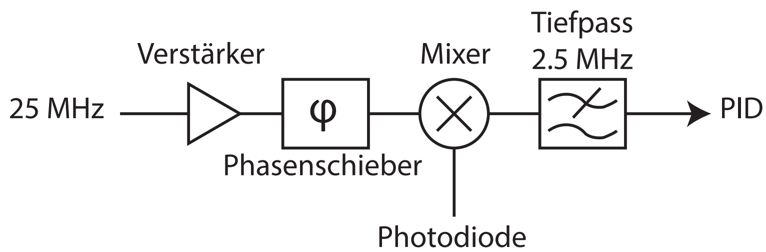


Abbildung 3.18.: Blockschaltbild der selbstgebauten PDH-Box.

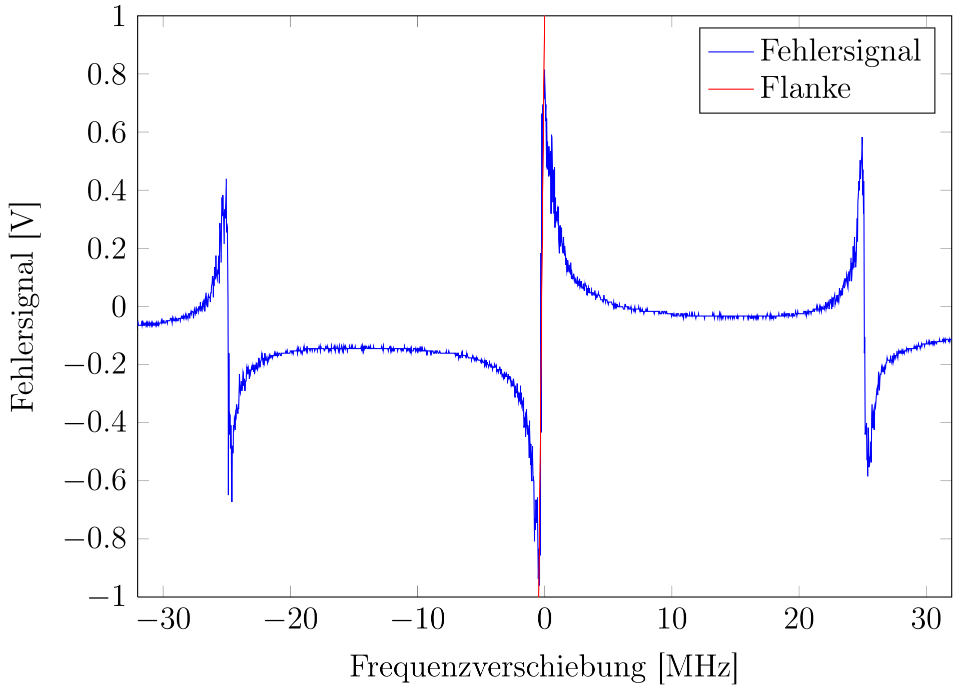


Abbildung 3.19.: Fehlersignal zur Längenstabilisierung des Transferresonators. An die Flanke wurde eine Gerade gefittet und daraus die Steilheit der Flanke auf 4,454 V/MHz bestimmt.

Verstärker wird der Piezo angesteuert und der Resonator längenstabilisiert. Dabei ist vor dem Ausgang des PI-Reglers ein Tiefpass-Filter mit einer Grenzfrequenz von 500 Hz geschalten, da es sonst zu einer Resonanz zwischen Regler und Piezo kommen kann, wobei der Piezo Schaden nehmen würde. Außerdem sollen nur langsame Veränderungen der Resonatorlänge kompensiert werden, wofür keine hochfrequente Regelung benötigt wird. Zwar kann der Resonator auf den Laser stabilisiert werden, allerdings gibt es noch keine Langzeitmessung, ob tatsächlich die Stabilität auf lange Zeit gewährleistet ist.

3.6. Direkte Adressierung von Dysprosium

In diesem Kapitel wird die Spektroskopie von Dysprosiumatome in der magneto-optischen Falle beschrieben. Der dazu verwendete Pumpübergang hat eine Wellenlänge von 673,731 nm im Vakuum [9] und muss nicht unbedingt mit einer Resonanzfrequenz des hochstabilen Resonators übereinstimmen. Um die Frequenzdifferenz zu bestimmen, wurden die ^{164}Dy-Atome in einer magneto-optischen Falle gefangen und mit dem Laser bestrahlt. Wenn das Licht in Resonanz mit dem Übergang ist, können die Atome im angeregten Zustand nicht in der MOT gehalten werden.

Für eine erste Messung wie die Atomresonanz zu den Resonanzspitzen liegen, ist die Frequenz des Laser von Hand verstellt worden, indem die Piezospannung verändert wurde. Es wurde dabei erst gemessen, bei welcher Piezospannung die Atome nicht mehr sichtbar waren. Anschließend wurde die Spannungen der dazu nächsten Resonanzen des hochstabilen Resonators ermittelt. Daraus ergab sich ein Abstand zwischen der Übergangsfrequenz und der Resonatorfrequenz von 422 MHz ± 10 MHz. Die genaue Messung wird mit einem AOM durchgeführt, da mit diesem die Frequenz des Lasers sehr genau verändert werden kann. Der dazu nötige Aufbau wird im nächsten Kapitel beschrieben.

3.6.1. Aufbau zum Experiment

In diesem Aufbau (siehe Abb. 3.20) wird der AOM zweimal durchlaufen, um einerseits die doppelte Frequenzverschiebung zu erreichen und um andererseits die verschiedenen Ablenkwinkel bei unterschiedlichen Frequenzen zu kompensieren. Somit kann die Modulationsfrequenz in einem gewissen Bereich variiert werden, ohne dass sich die Einkopplung in die Faser verstellt. Dazu wird mit einer $\lambda/2$-Platte die Polarisation des Lichtes so eingestellt, dass es geradlinig den polarisierenden Strahlteiler passiert. Mit Hilfe des folgenden Teleskopaufbaus von zwei Linsen wird der Strahlradius von 922 μm um zwei Drittel auf 312 μm reduziert, um die Effizienz zu optimieren. Der AOM wird dabei mit einer Frequenz von 217 MHz und mit einer RF-Leistung von 31,9 dBm betrieben. Dies entspricht einer Leistung von 1,55 W. Durch variieren der Leistung kann die Intensität des Lichtes gesteuert werden. Das $\lambda/4$-Plättchen dient dazu, das die Polarisation des Lichtes nach zweimaligem Durchgang um 90° zu drehen, damit es beim Strahlteiler seitlich zur Faser reflektiert wird. Mit der Irisblende werden alle außer der +1. Beugungsordnung heraus gefiltert, wobei sich Wirkungsgrad des AOMs von 64,6% ergibt. Direkt vor der Faser wird ein $\lambda/2$-Plättchen verwendet, um mit korrekter Polarisationsrichtung des Lichtes in die polarisationserhaltende Faser einzukoppeln.

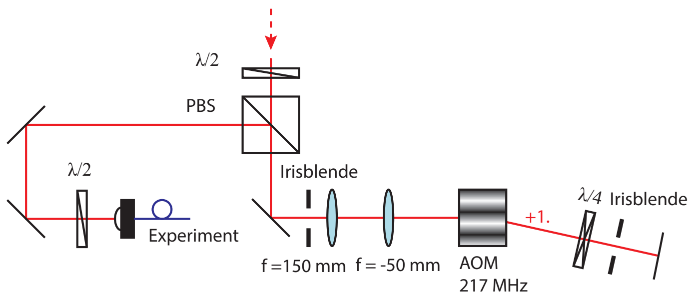


Abbildung 3.20.: Mit diesem Aufbau wird die Frequenz des Lichtes durch einen akustooptischen Modulator verändert.

3.6.2. Spektroskopie in einer Magneto-optischen Falle

Die gemessene Breite des atomaren Übergangs in der magneto-optischen Falle ist durch verschiedene Faktoren gegenüber der natürlichen Linienbreite des Übergangs verbreitert. Zu einer lorentzförmigen Leistungsverbreiterung kommt es, wenn die Laserintensität größer als die Sättigungsintensität ist. Ein zweiter Effekt, der zu einer Verbreiterung des Übergangs führt, ist die Dopplerverbreiterung aufgrund der thermischen Bewegung der Atome. Durch den Dopplereffekt entsteht eine gaußförmige Verbreiterung des Spektrums. Da die natürliche Linienbreite eine Lorentzform hat, ist die gemessene Form eine Faltung aus einer Gauß- und einer Lorentzfunktion. Eine solche Funktion nennt man Voigt-Funktion. Eine detailliertere Behandlung des Themas findet sich in [18].
Um die Breite des Übergangs zu messen werden die Atome in einer magneto-optischen Falle gefangen und mit dem 684 nm-Laser beleuchtet. Wenn die Atome optisch gepumpt werden, macht sich dies in einer geringeren Atomzahl bemerkbar. Diese wird durch Absorptionsaufnahmen mit Hilfe einer CCD-Kamera bestimmt.
Im Versuch werden für verschiedene Laserfrequenzen die Atomzahlen in der Falle gemessen. In Abbildung 3.21 ist die Mittelung aus zwei Messungen bei einer Laserleistung von 2 mW aufgetragen. Entspricht die Laserfrequenz der Übergangsfrequenz ist die Atomzahl ungefähr halbiert. Dabei beträgt die Wechselwirkungszeit zwischen dem Licht und den Atomen 1,5 Sekunden. Zwischen der Übergangsfrequenz und der Resonanzfrequenz des hochstabilen Resonators beträgt die Frequenzdifferenz bei minimaler Atomzahl $434{,}4 \pm 0{,}1$ MHz.
An die Messpunkte wurde sowohl eine Lorentzkurve als auch eine Voigt-Kurve angepasst, da der beobachtbare Frequenzbereich zu schmal ist, um anhand der Messdaten zu entscheiden, welche Funktion den Verlauf widerspiegelt. Ein größerer Frequenzbereich konnte jedoch nicht vermessen werden, da der Aufbau nicht stabil genug bei großen Frequenzverschiebungen ist. Beträgt die Frequenzverschiebung des Lichtes zur Übergangsfrequenz mehr als 3 MHz, ist die Einkopplung in die Glasfaser nicht mehr optimal und führt zu einer Abnahme der Laserleistung am Experiment.
Der Gaußanteil der Voigt-Kurve ist dabei $\Delta_{1/2} = 1{,}79 \pm 0{,}18$ MHz breit. Die Breite des Lorentzanteils wird bei der natürlichen Linienbreite von 95 kHz festgehalten, wobei die Leistungsverbreiterung vernachlässigt wird. Für die Lorentzfunktion erhält man eine Breite von $\Delta_{1/2} = 1{,}89 \pm 0{,}25$ MHz.
In Abbildung 3.22 sind je zwei Messreihen zu sehen, die sich durch die Temperatur der Atome in der Falle unterscheiden. Die Temperatur der Atomwolke wurde dabei durch mehreren Flugzeitmessungen bestimmt. In Abbildung 3.22a sind die Ergebnisse aufgrund angepasster Lorentzkurven und in Abbildung 3.22b von angepassten Voigtfunktionen zu sehen. In beiden Abbildungen ist zu erkennen, dass bei hohen Laserleistungen vorallem die Leistungsverbreiterung dominiert, da die Unterschiede in der Breite des Übergangs bei verschiedenen Temperaturen noch innerhalb der Fehlergrenzen liegen (siehe Abbildung 3.22). Verringert man jedoch die Leistung spielt die

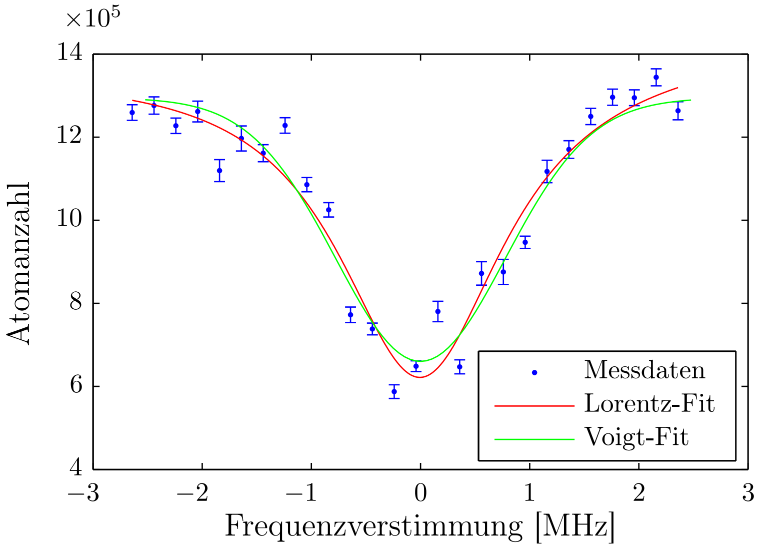
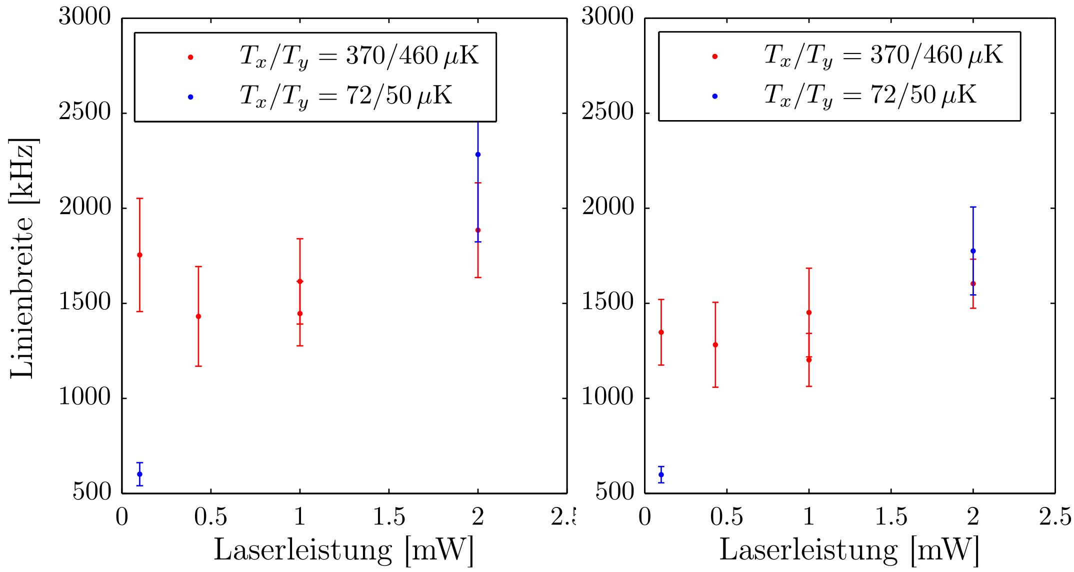


Abbildung 3.21.: Messung der Übergangsbreite bei 2 mW Laserleistung und einer Temperatur von $T_x = 370\,\mu$K und $T_y = 460\,\mu$K. An die Daten wurde eine Lorentzkurve und Voigt-Kurve angepasst. Bei der Voigt-Kurve wurde die Lorentzbreite bei der natürlichen Linienbreite festgehalten.

Dopplerverbreiterung eine größere Rolle, da die gemessene Breite des Übergangs mit sinkender Temperatur kleiner wird.
Stellt man die Formel der Dopplerverbreiterung [18] nach der Temperatur um, ergibt sich bei einer Laserleistung von 0,1 mW für die wärmere Atomwolke eine Temperatur von

$$T = \frac{\Delta_{1/2}^2 \lambda^2 m}{8 \ln(2) k_\mathrm{B}} = 3{,}0\,\mathrm{mK} \tag{3.16}$$

wobei $\Delta_{1/2}$ die Dopplerverbeiterung, $\lambda = 683{,}731\,\mathrm{nm}$ die Wellenlänge des atomaren Übergangs (siehe [9]) und k_B die Boltzmannkonstante ist. Für die kältere Atomwolke erhält man eine Temperatur von $T = 773\,\mu$K. Diese Werte sind weit höher als die per Flugzeitmessung berechneten Werte. Eine mögliche Fehlerquelle sind die starken Schwankungen der Atomzahlen bei unveränderten Fallenparametern. Dadurch muss teilweise die Lorentz- oder Voigt-Funktion mit einer zustätzlichen Geraden an die Daten angepasst werden, um ein Driften der Atomanzahl auszugleichen.



(a) (b)

Abbildung 3.22.: Die gemessene Linienbreite ist in Abhängigkeit der Laserleistung aufgetragen. Für (a) wurden Lorentzkurven und für (b) Voigtfunktionen an die Daten angepasst. Die Breite des Übergangs wurde zusätzlich noch bei verschieden Temperaturen der Atomwolke gemessen. Die Temperatur wurde dabei durch eine Flugzeitmessung bestimmt.

4. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein Lasersystem zum optischen Pumpen von Dysprosium aufgebaut. Dazu wurde ein Diodenlaser mit einer Wellenlänge von 684 nm verwendet und auf einen hochstabilen Resonator mit Hilfe des Pound-Drever-Hall Verfahrens frequenzstabilisiert. Die Modenanpassung wurde mit einem Mathematica Programm berechnet und durch Verändern der Faserauskoppellinse durchgeführt. Damit konnte der Resonator charakterisiert werden, indem die Linienbreite und die Photonenlebensdauer in Abhängigkeit der eingekoppelten Laserleistung gemessen wurden. Es stellt sich heraus, dass in dem gemessenen Leistungsbereich keine große Änderungen der Resonanzbreite ergeben. Aus den gemessenen Größen wurde zusätzlich die Finess des Resonators berechnet und mit dem theoretischen Wert verglichen. Für die Messwerte siehe Tabelle 4.1.
Mit diesem frequenzstabilisierten Laser wird ein Transferresonator durch das Pound-Drever-Hall Verfahren längenstabilisiert. Dazu wurde die Modenanpassung mit dem Programm "Gaussian Beam" berechnet und eine PDH-Box gebaut, die das Fehlersignal erzeugt, um mit einem PI-Regler Langzeitdrifts zu kompensieren. Zusätzlich wurden die charakteristischen Größen des Resonators gemessen (siehe Tabelle 4.1).

Tabelle 4.1.: Charakteristische Größen der beiden Resonatoren.

	ULE		Transferresonator	
	Messwert	Theoriewert	Messwert	Theoriewert
τ_p [μs]	1.45 ± 0.07	2.04	-	-
$\Delta_{1/2}$ aus τ_p [kHz]	111 ± 5	78	-	-
$\Delta_{1/2}$ scan [kHz]	193 ± 3	78	421 ± 4	335
Finess	13527 ± 615	19308	355 ± 4	447
ν_{FSR} [MHz]	1488 ± 4	1498	149.6 ± 0.4	149.9

Da das System zum optischen Pumpen von Dysprosiumatomen verwendet werden soll, wurde die Frequenzdifferenz $434{,}4 \pm 0{,}1$ MHz zwischen dem atomaren Übergang des ^{164}Dy-Atoms und der Resonanzfrequenz der ULE gemessen. Dabei konnte eine Leistungs- und Dopplerverbreiterung der Linienbreite des 684 nm-Übergangs festgestellt werden.
In Zukunft muss noch ein Stern-Gerlach-Versuch werden, um direkt den Pumpvorgang

in den energetisch niedrigsten Zeaman-Zustand messen zu können. Außerdem soll auch das ^{163}Dy-Atom optisch gepumpt werden. Dazu muss ein Festfrequenz EOM eingebaut werden, der Seitenbänder mit einem Abstand von ungefähr 1.7 GHz aufmoduliert, welche dann mit dem Isotop wechselwirken. In Zukunft steht auch eine Dipolfalle bereit, in der die Entmagnetisierungskühlung durchgeführt werden kann.

Literaturverzeichnis

[1] Bechhoefer, J. Feedback for physicists: A tutorial essay on control. *Rev. Mod. Phys. 77* (Aug 2005), 783–836.

[2] Black, E. D. An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization. *American Journal of Physics 69* (2001), 79.

[3] Drever, R., Hall, J. L., Kowalski, F., Hough, J., Ford, G., Munley, A., and Ward, H. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Applied Physics B 31*, 2 (1983), 97–105.

[4] Feldmaier, M. Stabilisierung eines schmalbandigen Lasersystems zur Spektroskopie an Dysprosium. Bachelorarbeit, Universität Stuttgart, 2013.

[5] Griesmaier, A. Lineare Optik. Vorlesungsskript, 2012.

[6] Herbelin, J. M., McKay, J. A., Kwok, M. A., Ueunten, R. H., Urevig, D. S., Spencer, D. J., and Benard, D. J. Sensitive measurement of photon lifetime and true reflectances in an optical cavity by a phase-shift method. *Appl. Opt. 19*, 1 (Jan 1980), 144–147.

[7] Housego, G. . Acousto-Optic Modulators Datasheet. `http://www.goochandhousego.com/products/acousto-optics/modulators/modulator-vis/`.

[8] Incorporated, C. HPFS® Fused Silica Standard Grade. `www.corning.com`.

[9] Kramida, A., Ralchenko, Y., Reader, J., and NIST ASD Team (2012). Atomic Spectra Database Lines Data. online `http://physics.nist.gov/asd`, 2013.

[10] Lahaye, T., Menotti, C., Santos, L., Lewenstein, M., and Pfau, T. The physics of dipolar bosonic quantum gases. *Reports on Progress in Physics 72*, 12 (2009), 126401.

[11] Lodewyck, J. Gaussian Beam. `http://gaussianbeam.sourceforge.net/`.

[12] Lüttich, M. Wiederaufbau eines Titan-Saphir-Lasers und magnetische Simulation. Diplomarbeit, Georg-August-Universität Göttingen, 2004.

[13] Meschede, D. *Optik, Licht und Laser*. Teubner Studienbücher. Teubner B.G. GmbH, 2005.

[14] Mulligan, J. F. Who were Fabry and Pérot? *American Journal of Physics 66*, 9 (1998), 797–802.

[15] Plassmann, W., Schulz, D., Conrads, D., Ring, E., Ring, P., Kemnitz, A., Gierens, H., von Liebenstein, R., Steffen, H., Wellenreuther, G., et al. *Handbuch Elektrotechnik: Grundlagen und Anwendungen für Elektrotechniker*. Vieweg+Teubner Verlag, 2008.

[16] Saleh, B., and Teich, M. *Fundamentals of photonics*. Wiley series in pure and applied optics. Wiley, 1991.

[17] Schilling, M. Stabilisierung eines Lasersystems zur Präzisionsspektroskopie an Dysprosiumatomen. Bachelorarbeit, Universität Stuttgart, 2012.

[18] Schmitt, M. High resolution laser spectroscopy of dysprosium. Masterarbeit, Universität Stuttgart, 2012.

[19] Schmitt, M., Henn, E. A. L., Billy, J., Kadau, H., Maier, T., Griesmaier, A., and Pfau, T. Spectroscopy of a narrow-line optical pumping transition in atomic dysprosium. *Opt. Lett. 38*, 5 (Mar 2013), 637–639.

[20] Stable Laser Systems. Coating Plot. Tech. rep., Stable Laser Systems.

[21] Thorlabs. Overview N-BK7 Plano-Convex Spherical Singlets. `http://www.thorlabs.de/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=3280`.

[22] Throlabs. Fiber Coupling. `http://www.thorlabs.de/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=3811`.

[23] Throlabs. Anamorphic Prism Pair - Beam Expansion. `http://www.thorlabs.de/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=149`, 07 2013. zuletzt abgerufen am 15.07.2013.

[24] Toptica. Tunable Diode Lasers. `http://www.toptica.com/uploads/media/toptica_BR_SC_TDL_01.pdf`.

[25] Zirpel, M. *Operationsverstärker*. Das kleine Praktikum. Franzis, 1976.

A. Lorentzform des Resonatorspektrums

Wie in Kapitel 2.2.3 gezeigt wird der Intensitätsverlauf des transmittierten Signals eines Resonators durch

$$I = \frac{I_{\max}}{1 + (2\mathscr{F}/\pi)^2 \sin^2(\pi\nu/\nu_{\mathrm{FSR}})} \qquad \text{mit der Finess} \quad \mathscr{F} = \frac{\nu_{\mathrm{FSR}}}{\Delta_{1/2}} \tag{A.1}$$

beschrieben. Der Abstand zwischen den Transmissionspeaks ist die freie Spektrallänge $\nu_{\mathrm{FSR}} = \frac{c}{2d}$ wobei die Breite der Resonanz durch die Halbwertsbreite $\Delta_{1/2}$ definiert ist. Interessiert man sich nur für einen kleinen Frequenzbereich $\delta\nu = \nu - \nu_q$ um eine Resonanzfrequenz $\nu_q = q\frac{c}{2d}$ mit $q \in \mathbb{N}$ herum, kann dies mit einer Lorenzkurve angenähert werden. Der Abstand der beiden Spiegel wird mit d und die Lichtgeschwindigkeit mit c abgekürzt.
Das Argument des Sinus

$$\sin\left[\frac{\pi\nu}{\nu_{\mathrm{FSR}}}\right] = \sin\left[\pi\frac{\nu_q + \delta\nu}{\nu_{\mathrm{FSR}}}\right]$$

kann durch die Resonanzfrequenz und einer kleinen Abweichung davon ausgedrückt werden. Mit den Defintionen für $\nu_q = q\frac{c}{2d}$ und $\nu_{\mathrm{FSR}} = \frac{c}{2d}$ erhält man

$$\sin\left[\pi q + \pi\frac{\delta\nu}{\nu_{\mathrm{FSR}}}\right] .$$

Die trigonometrische Beziehung $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$ führt zu

$$\begin{aligned}
\sin\left[\pi q + \pi\frac{\delta\nu}{\nu_{\mathrm{FSR}}}\right] &= \underbrace{\sin[\pi q]}_{=0\,\forall\, q}\cos\left[\pi\frac{\delta\nu}{\nu_{\mathrm{FSR}}}\right] + \underbrace{\cos[\pi q]}_{=(-1)^q}\sin\left[\pi\frac{\delta\nu}{\nu_{\mathrm{FSR}}}\right] \\
&= (-1)^q \sin\left[\pi\frac{\delta\nu}{\nu_{\mathrm{FSR}}}\right] ,
\end{aligned} \tag{A.2}$$

womit der Sinus für $\delta\nu \ll \nu_{\mathrm{FSR}}$ in einer Taylorreihe entwickelt werden kann:

$$\sin\left[\pi\frac{\delta\nu}{\nu_{\mathrm{FSR}}}\right] = \pi\frac{\delta\nu}{\nu_{\mathrm{FSR}}} + \mathcal{O}(\delta\nu^2) . \tag{A.3}$$

Vernachlässigt man die höheren Ordnungen von $\delta\nu$ und beachtet, dass $((-1)^q)^2 = 1$ gilt, erhält man für den Intensitätsverlauf

$$I = \frac{I_{\text{max}}}{1 + (2\mathscr{F}/\pi)^2 \left(\pi \frac{\delta\nu}{\nu_{\text{FSR}}}\right)^2} = \frac{I_{\text{max}}}{1 + \left(\frac{2\delta\nu}{\Delta_{1/2}}\right)^2} \, . \tag{A.4}$$

Dies lässt sich noch zu einer Lorentzkurve

$$I(\nu) = I_{\text{max}} \frac{\left(\Delta_{1/2}\right)^2}{\left(\Delta_{1/2}\right)^2 + 4(\nu - \nu_q)^2} \tag{A.5}$$

mit der Amplitude I_{max}, der Halbwertsbreite $\Delta_{1/2}$ um die Resonanzfrequenz ν_q umformen.

B. Elektro-optischer Modulator

Beim elektro-optischen Modulator (EOM) wird ein starkes elektrisches Feld an den Kristall angelegt, wodurch dieser seinen Brechungsindex ändert. Dies geschieht, indem der Kristall zwischen zwei Kondensatorplatten eingebaut wird. Um die Eingangsspannung am selbstgebauten EOM zu verstärken wird mit einer zusätzlichen Luftspule ein Schwingreis aufgebaut, dessen Resonanzfrequenz der Modulationsfrequenz entspricht. Um dies zu testen wird ein Frequenzgenerator an den EOM angeschlossen und das reflektierte Signal beobachtet. Das reflektierte Signal sollte idealerweise an der Resonanzfrequenz verschwinden. In Abbildung B.1 ist die Messung für den im Versuch verwendeten EOM zu sehen. Die Resonanzfrequenz von 25.2 MHz entspricht fast der gewünschten Frequenz von 25 MHz.

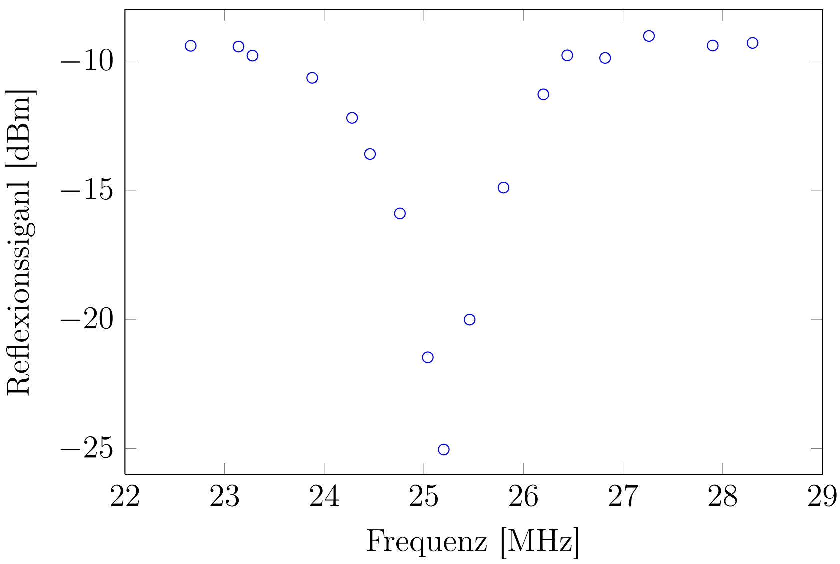


Abbildung B.1.: Das Reflexionssignal des EOM-Schwinkreises.

C. Versuchsaufbau

Die Abbildung C.1 zeigt den Aufbau so, wie er im Experiment verwendet wird und dient als Übersicht. Das Laserlicht wird in diesem Teil zu den beiden Resonatoren und dem Experiment aufgeteilt. Außerdem werden mit einem elektro-optischen Modulator die Seitenbänder für das PDH-Verfahren aufmoduliert. Im Zweig, welcher zum Experiment geht, ist ein AOM eingebaut, mit dem die Frequenz des Lichtes verschoben werden kann. Der grün gestrichelt umrahmte Teil des Aufbaus wird für die Messung der Photonenlebensdauer umgebaut. Diese Änderung ist in Abbildung 3.8 dargestellt.

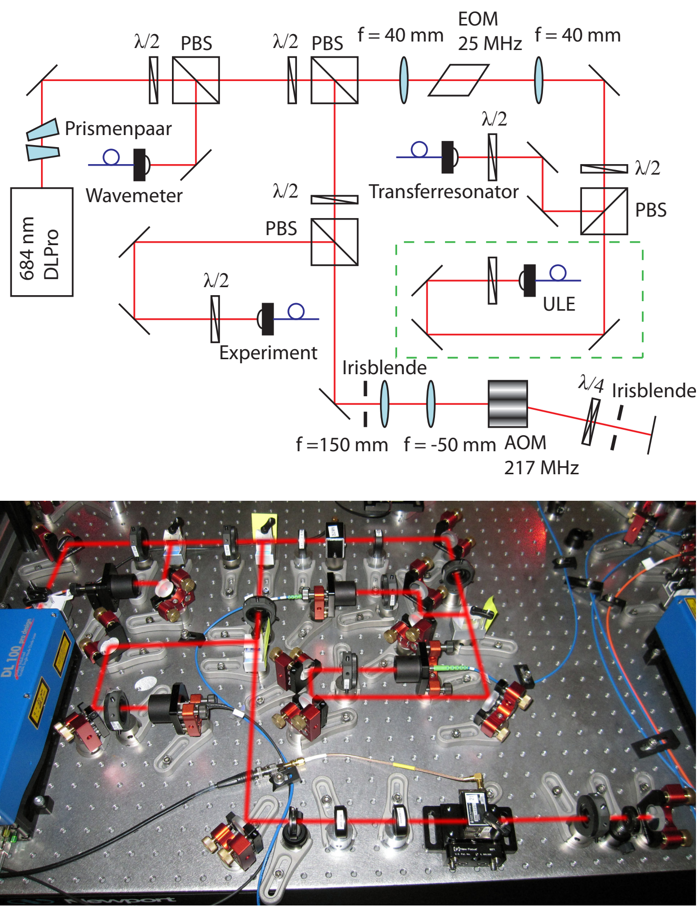


Abbildung C.1.: Versuchsaufbau am Haupttisch.

D. Berechnungen für die Modenanpassung

Für die Modenanpassung an den Transferresonator wird eine Linse mit einer Brennweite von 1000 mm in den Strahlengang gestellt. Allerdings bezieht sich die Angabe des Herstellers für die Brennweite auf eine Wellenlänge von 587,6 nm. Für eine Wellenlänge von 684 nm beträgt der Brechungsindex [21] des Glases $n = 1{,}513$. Die korrigierte Brennweite der Linse mit einem Krümmungsradius [21] von 515,1 mm beträgt

$$f = \frac{r}{n-1} = \frac{515{,}1\,\mathrm{mm}}{1{,}513 - 1} = 1004\,\mathrm{mm}\,.$$

Der Strahlradius nach dem Auskoppler hängt von der Brennweite der Auskoppellinse ab und kann mit [22]

$$W = \frac{2\lambda f}{\pi(\mathrm{MFD})} \tag{D.1}$$

berechnet werden, wobei λ die Wellenlänge des Lichtes, f die Brennweite der Linse und (MFD) den Modenfelddurchmesser (engl. mode-field diameter, MFD) der Glasfaser ist. Für die hier verwendete Glasfaser[1] beträgt der MFD 4,5 μm und ergibt mit einer Brennweite von 8 mm einen Strahlradius von $W = 774{,}1\,\mathrm{nm}$. Um die optimale Kombination zwischen Brennweite der Auskoppellinse und Position der Korrekturlinse zu bestimmen wird das Programm "Gaussian Beam" [11] verwendet.

Mit diesem Programm ergibt sich bei einem Abstand zwischen Auskoppellinse und Resonator von 650 mm eine Positionen der Korrekturlinsen von 217 mm gemessen vom Auskoppler. Die Brennweite der Auskoppellinse beträgt dabei 8 mm, da mit anderen Brennweiten die Strahltaille nicht in der Resonatormitte liegt. Der minimale Strahlradius ist bei einem Abstand von 500,4 mm vom Einkoppelspiegel 339 μm groß. Dieser Wert weicht kaum von dem in Kapitel 3.4.2 berechneten Wert von $W_0 = 329\,\mu\mathrm{m}$ ab, jedoch muss überpüft werden, ob der Strahlradius nach dem Auskoppler mit dem theoretisch berechneten Wert übereinstimmt. Ein Grund für mögliche Abweichungen ist, dass sich die Angabe des MFD auf eine Wellenlänge von 633 nm und nicht auf die hier eingesetzte Wellenlänge von 684 nm bezieht.

Zur Messung des Strahldurchmessers wird die Rasierklingenmethode verwendet. Dazu wird eine Rasierklinge in kleinen Schritten in den Strahl gebracht und bei jedem

[1] P3-630PM-FC-2 von Thorlabs

Schritt die Leistung des Strahls hinter der Klinge gemessen. Die Abnahme der gemessenen Leistung $P(x)$ in Abhängigkeit der Klingenposition x verläuft wie [12]

$$P(x) = \frac{P_{\max}}{2}\left(1 - \mathrm{erf}(\sqrt{2}\frac{x}{W})\right) , \tag{D.2}$$

wobei $P_{\max}$ die maximale gemessene Leistung und W der Strahlradius ist. Die Funktion $\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \exp[-\varsigma^2]d\varsigma$ ist dabei die sogenannte Fehlerfunktion (engl. error function). Durch einen Fit an die Messdaten (siehe Abbildung D.1) erhält man einen Strahlradius von $W = 674\,\mu$m.

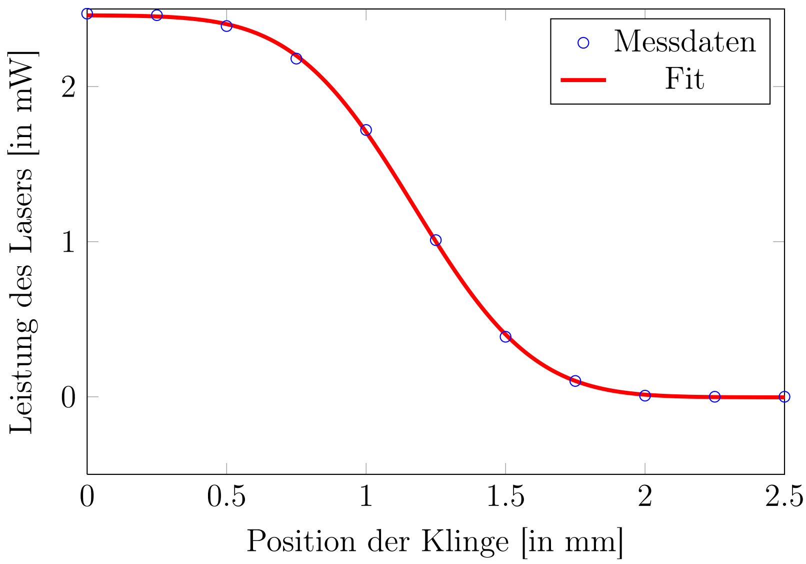


Abbildung D.1.: Bestimmung des Strahldurchmessers mit Hilfe der Rasierklingenmethode. Die Klinge wird Schrittweise immer weiter in den Strahlgang gefahren und die Laserleistung P in Abhängigkeit der Postition x aufgeschrieben. Es wurde die Funktion $P(x) = \frac{P_{\max}}{2}\left(1 - \mathrm{erf}(\sqrt{2}\frac{x}{W})\right)$ an die Messdaten gefittet. Daraus ergibt sich ein Strahlradius von $W = 674\,\mu$m

Dieser Wert weicht um 13% vom berechneten Wert ab, was zu einer großen Veränderung des Strahlminimums im Resonator in Bezug auf Position und Durchmesser führt. So beträgt der Strahlradius am Minimum $W_0 = 363\,\mu$m und ist 362 mm vom Einkoppelspiegel entfernt. Diese Abweichung von der Resonatormitte ist zu groß, als dass sie vernachlässigt werden könnte. Man kann zwar die Position der Korrekturlinse noch verändern um das Strahlminimum wieder in die Mitte des Resonators zu schieben, allerdings wächst der Strahlradius noch weiter auf $W_0 = 374\,\mu$m an.
Daher wird ein Teleskop der Strahlradius nach dem Auskoppler angepasst. Mit dem Program "Gaussian Beam“ erweist sich deine Kombination aus einer Linse mit einer Brennweite von 30 mm und einer mit 35 mm als optimal.

Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle noch bei folgenden Personen bedanken, die mich während der Bachelorarbeit, ob bei physikalischen Anliegen oder auch darüber hinaus, eifrig unterstütz haben.

- Zuallererst möchte ich mich bei Prof. Dr. Tilman Pfau bedanken, der mir die Bachelorarbeit überhaupt erst ermöglichte.

- Des weiteren möchte ich mich bei meinen Betreuer Holger Kadau und Thomas Maier bedanken, von denen ich sehr viel lernen konnte und jederzeit tatkräftig unterstützt wurde.

- Natürlich gilt auch dem gesamten restlichen Dysprosium-Team mein Dank, welches sich aus unserem Gruppenleiter Dr. Axel Griesmaier, Matthias Schmitt, Michaela Nickel und Matthias Feldmaier zusammensetzt und die immer mit neuen Ideen helfend zur Seite standen.

- Auch möchte ich mich noch beim gesamten 5. Physikalischen Institut für tolle Zeit und die nette Atmosphäre bedanken.

- Zu guter Letzt möchte ich mich bei meinen Kommilitonen, meiner Familie und meinen Freunden bedanken, die gerne halfen den Kopf frei von Physik zu bekommen.